

הרב יהודה בהרב ונועם רימון

"סוכה עגולה" - בין הלכה למציאות

א. סוגיית הגמרא

הגמרא במסכת סוכה (1): כותבת כך:

אמר ר' יוחנן: סוכה העשויה ככבשן אם יש בהקיפה כדי לישב בה כ"ד בני אדם כשרה ואם לאו פסולה.

למדנו מכאן:

א. סוכה עגולה כשירה (בניגוד לדעת אחרים הפוסלים מדין שאיננה כדירת קבע).

ב. גודל הסוכה צ"ל מעגל החוסס סוכה מרובעת.

בסוגיית הגמרא מתבאר במסקנה שר' יוחנן סובר כרבי שגודל הסוכה הוא ד' על ד' אמות.

עפ"י ההנחות הבאות:

$$1. \text{ קוטר המעגל - פי } 1\frac{2}{5} \text{ מצלע הרבוע: } 4 * 1\frac{2}{5} = 5\frac{3}{5}$$

$$2. \text{ היקף המעגל - פי } 3 \text{ מקוטרו: } 5\frac{3}{5} * 3 = 16\frac{4}{5}$$

3. כל אדם יושב בתוך אמה.

4. ר' יוחנן "מקום גברי לא קחשיב" - ממילא היקף המעגל הוא: 18 אמות.

5. ר' יוחנן לא דק לחומרא - ו"יעגלי" את גודל ההיקף מ $16\frac{4}{5}$ ל 18 אמות.

ב. ביאור חדש בסוגיה עפ"י הידע המתמטי שבידנו

כבר לראשונים היה ידוע שהנחות הסוגיה אינן מדויקות:

ביחס להנחה שהיקף המעגל הוא פי 3 מקוטרו כותב הרמב"ם בפרוש המשנה

(ערוכין א,ה):

צריך אתה לדעת שיחס קוטר העגול להיקפו בלתי ידוע, ואי אפשר לדבר עליו לעולם כדיוק... אבל אפשר לשערו בקרוב... והקרוב שמשמשים בו אנשי המדע הוא יחס אחד לשלושה ושביעית... וכיון שזה לא יושב לגמרי אלא בקרוב תפסו הם בחשבון גדול (כלומר: באמות שלמות - הרב קפאח).¹

עפ"י זה - ועוד קושיות וקשיים שאין המקום לפרטם - כותב ר' חיים ברנר (בטאון "מעליות" - א') פשט חדש בסוגיה. אם נציב ערכים מדוייקים במקום ההנחות של חז"ל, נקבל שדברי ר' יוחנן, שנראו כלא מדוייקים (לחומרא), מדוייקים מאוד, וזאת כדלהלן:

$$1. \pi = 3.1415... .1$$

* הערת העורך: עיי' "לא דק" מאת ע. רוזנפלד וצ. מנדלוביץ, בתוך "הגיון" - מחקרים בדרכי חשיבה של חז"ל" (תשמ"ט), עמ' 39.

1. וביחס להנחה שכל אמה בריבוע שווה לאמה ושתי חמישיות באלכסון כתבו התוס' בדף ח' ע"א ד"ה "כל אמתא": "אין החשבון מכוון ולא דק דאיכא טפי פורתא"

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5.6568... : \text{אלכסון של ריבוע של דעי"ד אמות:}$$

$$2\pi r = 5.6568\pi = 17.77 : \text{היקף המעגל החוסם באמות:}$$

לפי ר' יוחנן:

1. היקף המעגל החיצוני 24 אמות. ($X=24$)

$$2. \text{קוטר המעגל החיצוני: } \frac{x}{\pi} = \frac{24}{3.1415} = 7.64$$

3. קוטר המעגל הפנימי: $7.64 - 2 = 5.64$

4. היקף המעגל הפנימי באמות: $2\pi r = 5.64\pi = 17.72$

(וראה שם במאמר שהוסיף לדייק עוד יותר עפ"י ההנחה ששיבת בני אדם יוצרת מצולע ולא מעגל)

לסיכום: אמנם ר' יוחנן "לא דק", אולם לא בגלל נוחיות החישוב בעלמא, אלא מחמת הידיעה שהמציאות בשטח חייבת לקחת בחשבון ערכים גדולים יותר מאשר ההנחות המקובלות.

דבר זה מסביר מדוע הניסוח בדברי ר' יוחנן הוא כה חד: "אם לאו (כלומר, פחות מ 24 בני אדם) - פסולה", והרי יש "תחום ביניים" שלא דק? אלא שאכן דייק ודקדק מאוד.

ג. השלכות למעשה

ההלכה ברמב"ם ובשו"ע ביחס לסוכה עגולה מנוסחת, עפ"י מה שנפסק כבר ששטח הסוכה איננו ד' על ד' אמות אלא ז' על ז' טפחים:

סוכה עגולה, אם יש בהיקפה כדי לרבע בה שבעה טפחים על שבעה טפחים, אע"פ שאין לה זווית, הרי זו כשרה.

(רמב"ם הל' סוכה ד, ז; שו"ע
תרלד, ב.)

כיצד מתרגמים הלכה זו לטפחים?

הבית יוסף מחשב עפ"י ההנחות של הסוגיה:

$$\text{קוטר הסוכה בטפחים: } 7 * 1 \frac{2}{3} = \frac{49}{3} = 9 \frac{4}{3}$$

* הערת העורך: יש לציין שכבר התשביץ (ח"א קסב) התחבט בסוגיא זו. הוא העלה את אפשרות ההסבר הזו בדעת ר' יוחנן בגמרא, אך כיון שהגמרא לא אמרה כך, הוא מגיע למסקנה שונה. וז"ל: "ואילו היו חוששים חכמים לכל הדקדוקים ההנדסיים, כדבריך, והם היו משתדלים לתקן דברי ר' יוחנן כדי שיהיו קרובים אל האמת, היה להם להזכיר זה בכאן ולומר, כי אע"פ שלפי העיקרים שהנחנו, יש בדברי ר' יוחנן שני חומשין עודפים - אבל לפי האמת אין בדבריו עודף מורגש, שחרי באמתא בריבוע יש יותר מאמתא ותרי חומשי באלכסונא; וברחב טפח יש היקף יותר מג' טפחים, ובה יתקרבו דברי ר' יוחנן אל האמת קרוב נפלא... ולא הזכירו זה בגמרא, עם היותם משתדלים לתקן דבריו שיהיו קרובים אל האמת - ונראה שלא חששו בשום מקום לזה הדקדוק ההנדסי." [ש.ל.]

תשובת המחברים: אפשר לענות על קושיית התשב"ץ כך:

מתוך זה שהגמרא מקבלת את דברי ר' יוחנן "אם יש בהיקפה כדי לישב כ"ד בני אדם כשרה, ואם לאו פסולה". נראה שהגמרא מסכימה לעובדות שר' יוחנן מציג.

הסיבה שהגמרא כותבת "לא דק" ולא מסבירה את ההסבר הנ"ל נובעת מכך שאין לגמרא נתונים מדוייקים יותר מאשר $\pi=3$ וכדו', אלא שהמציאות הידועה להם שונה. לכן מחד גיסא - ר' יוחנן "לא דק", ביחס לנתון $\pi=3$ (שהוא הידוע והמקובל) ומאידך גיסא, ביחס לאמת, דייק, וכפי שנוסחו דבריו - "ואם לאו - פסולה". ולא ננעלו שערי פירושים.

$$\text{היקף הסוכה בטפחים: } 9\frac{4}{5} * 3 = 29\frac{2}{5}$$

וכך כותב המשנה ברורה:

חוט הסוכב כ"ט טפחים ושני חומשים נוכל לרבע בתוכה ז' על ז'.

והנה אם ר' יוחנן "לא דק" רק מחמת הנוחיות, כפי הפירוש המקובל, אין צורך להעביר את חוסר הדיוק לסוכה הקטנה שלנו, וממילא צדקו דברי הבי"ה המשני"ב.

אולם, אם כנים דברינו, ור' יוחנן לא דק מחמת שאכן החשבון של $16\frac{4}{5}$ איננו נכון עפ"י המציאות, אם כן גם בסוכה קטנה צריך לדייק.

ובצורה פשוטה יותר: לפי הניסוח של הבי"ה יצא מכשול ח"ו, שהסוכה העגולה קטנה מדי עפ"י ההנחות שבידינו!

עפ"י החשבון שלנו:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98} = 9.8995 \text{ טפחים:}$$

$$2\pi = 9.8995\pi = 31.099 \text{ טפחים:}$$

כלומר: היקף הסוכה העגולה לפי ההנחות שבידינו צריך להיות גדול כמעט בשני טפחים!?

על מנת לפתור קושי זה נראה לחדש בס"ד כך:

הרמב"ם במכוון, לא כתב שיעור של כ"ט טפחים ו 2 חמישיות, וזאת מכיוון שחשבון זה איננו מדוייק (וכאמור לעיל הרמב"ם מודע לכך!). לכן הניסוח הוא "אם יש בהיקפה כדי לרבע ז' על ז' ", כלומר - תחשב עפ"י הידוע לך - כפי שר' יוחנן חישב עפ"י הידוע לו. נראה שהמחבר היה מודע לחוסר הדיוק שבחשבון, אך סבר שלענין הלכה יש ללכת ע"פ החשבונות המקורבים המובאים בגמרא - אולי משום שכך היא הלכה למשה מסיני (כגישה הראשונה בתשב"ץ דלקמן). עם זאת, לא הכניס זאת לשו"ע אלא סתם וכתב כרמב"ם² - וברוח קודשו שמר אותנו ממכשול, וההלכה בשו"ע מכוונת לאמת³. גם המשנה ברורה, לאחר שהביא את חשבוננו של הבית יוסף, כתב בשער הציון (ט ק"ט) לעיני הרמב"ם למשנה.

ראיה מדברי התשב"ץ למסקנה ההלכתית האמורה:

כתוב בתשב"ץ (ח"א ס"י קסה; הובא באנצ"ת ערך הקף):

יש להסתפק אם היתה קבלת החכמים כך לילך על פי חשבונות אלו בקרוב, ואפשר שנאמר הלכה למשה מסיני על זה, וטעם הדבר מפני שלא ניתנה תורה למלאכי השרת... או אם כשנשאו ונתנו בזה, עשו חכמים חשבון זה לקרב ההבנה אל התלמידים ולשנות להם דרך קצרה, אבל לענין

2. יש לציין שבכך נאמן השו"ע לכלל "שחייב אדם לומר בלשון רבו" (הרמב"ם), ולכן את פירושו ברמב"ם, שהובא בבי"ה, לא הכניס לשו"ע. בכך אפשר למעשה לפרש נגד הבי"ה. אמנם ברור שפירושו זה הוא נגד פשט דברי המשנה ברורה - ודברי התשב"ץ יכריעו!

3. וכדברי ה"תומים" הידועים. (קיצור תקפו בהן ס"י קכז)

מעשה יש לדקדק על פי דקדוק האמת (זוהי בדיוק הגישה שהוצגה במאמרנו)*.

ומסיים התשב"ץ:

זוה הדרך (כלומר - הדרך השניה) ישר בעיני.

* חצרת העורך: לגבי הפתרון לשאלה הנדונה - כיצד ליישב את סוגיית הגמרא עם הידע החשובי המדוייק - יש ג' גישות:

1. חז"ל כתבו לפי שיעור עגול לכל דבר למרות שידעו שאינו מדוייק.
2. חז"ל כתבו לפי שיעור מקורב, בדרך קצרה - אך למעשה יש לדקדק יותר. שתי גישות אלו הן של התשב"ץ, ועל שתיהן קשה, מדוע הגמרא אמרה על ר' יוחנן "לא דק" למרות שידעה ששיעורו הוא המדוייק באמת.
3. ר' חיים ברנר, שלפיו הלכו מחברי המאמר: "לא דק" שבגמרא - הכוונה שלפי הכללים המקורבים הוא לא דק - אבל לפי האמת - שיעורו מדוייק ומדוקדק. אך גם על זה קשה, שכן בכל המקומות האחרים בגמרא, "לא דק" - הכוונה כפשוטה, שחשיעור אינו מדוייק באמת. וכאן הגמרא מבררת "ולחומרא לא דקי".

ונראה לחציע גישה שונה, שתפתור את הקשיים שהוזכרו, אמנם היא יוצאת מנקודת מוצא שנויה במחלוקת: ר' יוחנן ידע את הדיוק של ערך π ושל $\sqrt{2}$, אך בתקופה מאוחרת יותר בזמן עריכת הגמרא בבבל, דיוק זה לא היה ידוע. לכן הגמרא אמנם סברה שריו"ח "לא דק", אך ר' יוחנן עצמו דקדק היטב. לפ"ז יש לבאר גם את חסוגיית בב"ב יד: שדנה כיצד נכנס ספר העזרה, שהיקפו 6 טפחים לתוך המקום הנותר בארון שרחבו 2 טפחים. ותירץ רב אחא בר יעקב "ספר עזרה לתחילתו הוא נגלל", כלומר - יש לו גליל אחד ולא שנים כס"ת רגיל. הגמרא שואלת - "ואכתי תרי בתרי היכי יתיבז", ומתרץ רב אשי "יזכריך ביה פורתא וכרכיה לעיל" (שאינו גוללו כולו ומניח בו מקצת. רש"י).

ובאמת לפי החישוב המדוייק $\pi=3.14$, הקושיא אינה מתחילה, שכן הקוטר הוא קטן מ 2 טפחים $\frac{6}{3.14}$ ואם כן הוא נכנס היטב ב 2 טפחים.

גם כאן מסתבר, שבתקופת רב אחא בר יעקב, ועוד קודם בתקופת חברייטא, שיעורו של π המדוייק יותר היה ידוע, ונשכח הדבר בתקופת רב אשי. [ש.ל.]