

האם שיפרנו את הקритריון של הרמב"ם לאפשרות ראיית הירח ?

רוי עמנואל הופמן

תקציר

עם התקדמות הטכנולוגיה והשיפור בעוצמת המחשבים עולה השאלה האם ניתן לשפר את הקритריון של הרמב"ם לחישוב אפשרות ראיית הירח? מאמר זה משווה קритריוניים מודרניים עם הקритריון של הרמב"ם בעזרת מאגרי מידע גדולים שפורסמו ברבים. נesthesia השוואת הדיווק ואמינות הקритריונים. נבדוק דיקוק הקритריון של הרמב"ם, ונמצא שההתשובה לשאלת הנייל אינה חד-משמעות.

Abstract

With technological progress and improvements in computing power, the question arises as to whether we can improve on Maimonides' criterion? A review of some modern criteria is compared with Maimonides' criterion using large published databases. A comparison is made of the accuracy and reliability of the criteria. The accuracy of Maimonides' criterion are evaluated. We find that the answer to the above question is not clear-cut.

כוונתו של הרמב"ם בהלכות קידוש החודש הייתה להגדיר את התנאים בהם ניתן לראות את הירח כדי לפסול עדות.¹ בחישוב, יש שני שלבים: 1) חישוב מקומות המשמש והירח (לדוגמה המרחק הזוויתי ביניהם על המילקה והפרש זמן שקיימותיהם)

¹ י. לויינגר. בד"ז. 3. 45 (תשנ"ו).

ו-2) שימוש בפרמטרים אלה לחישוב אפשרות הראייה. הרמבי"ס הגביל בכונה את דיקוק החישובים כדי להקל על החישוב לאחר שלדעתו אין צורך בדיקוק יתר. השאלה היא האם הטכנולוגיה העומדת לרשותנו היום יכולה לשפר את שיטת הרמבי"ס ואם כן באיזו מידה?

חישוב מקומות השמש והירח

היום אין ויכולת ידיעת מקומות גורמי השמים בדיקק מפליא. יודעים את מקום השימוש בדיקוק של 30 מטר למרות שהיא במרחק של כמאה חמשים מיליון קילומטרים מכדור הארץ, ומקום הירח ידוע בדיקוק של סנטימטרים. בשנייה הדיקוק הזרוייתי הוא חמישים מיליוןיות השנייה של קשת. זה שווה ערך ליכולת להפריד בין שני גרגירים מלח קטנים הנוגעים אחד בשני בהר חרמון כאשר נמצאים באילת. ברם הדיקוק המודרני מתדרדר לגבי תחזיות רוחקות בזמן בגל חוסר דיקוק ב מהירות סיבוב כדור הארץ וזמן הקפת הירח. תאריך העיקרי (תאריך הבסיס לחישובים) של הרמבי"ס הוא תחילת ליל ג' ניסן ד'תתקל"ח (הלכות קידוש החודש פרק י"א הלכה ט"ז). בפרק י"ד הלכה ו' הרמבי"ס כותב שמקום הירח שייך לכשליש שעה אחרי שקיעת השמש. لكن העיקר שלו שייך לכ-20 דקות אחרי השקיעה בירושלים² ולא נראה לי שכונת הרמבי"ס הייתה לדיקוק יותר בזמן מרבע שעה. לפי התאריך היוליани העיקרי הוא כ-16:16 UTC 22.03.1178 22.03.1178 שווה ליום يولיאני המשמש לחישובים אסטרונומיים JD 2151403.178. אם נניח שתואצת הירח היא 25.858- שניםות של קשת למאה שנים ברכיבע³ (הערך שלילי מאחר שהירח מאט בתנועתו) והתקיים עבור האטת סיבוב כדור הארץ (AT) היא 822 שניםות לפי השיטה של סטיוונסון⁴, המודרני יכול לדיקק במיקום השמש עד "2 ובירח עד "3.

להלן ערכתי השוואה בין חישוב ערכים מודרני לבין ערכים שחושבו ע"י הרמבי"ס. החישובים נעשו בתוכנית לנקל Lunacal (Lunacal 3.0 גרסה 3.0) (http://www.geocities.com/royh_il/software.htm) המבוססת על ספרו של

² ג. ג. איידLER, הלכות קידוש החודש על פי הרמבי"ס, בני ברק (תשנ"ו).

J. Chapront, M. Chapront-Touzé and G. Francou, *Astron. Astrophys.*, 387, 700 (2002). ³

F. R. Stephenson, *Historical Eclipses and Earth's Rotation*, Cambridge University Press (1997). ⁴

מיאוס J. Meeus - Astronomical Algorithms (הוצאת Willman-Bell מהדורה שנייה 1998) וונבדקו באופן בלתי-תלוי ע"י תוכנות מחשב אחרות.

הרמב"ם (להלן "ח' גג, י") מחשב לדוגמא את המיקום האמתי של השמש על המלכה (אקליפטיק – מסלול השימוש בתנועה השנתית המודומה) אוור ליום בتمוז ד'תתקל"ח (30.06.1178 يولיאני) ומוצה שהוא $59^{\circ} 104'$. לפי חישוב המודרני יוצא זמן 20 דקות אחר שקיעת השמש הגיאומטרית בתאריך זה הוא שעה 17:02 UTC, ובזמן זה אורך השמש האמתי הוא $33^{\circ} 104'$, כלומר ישנה סטייה של $14'$ בין חישוב אורך השמש האמתי של הרמב"ם לחישוב המודרני.

הרמב"ם (להלן "ח' טו, ט") מחשב את המיקום הגיאוצנטרי (הנמדד ביחס למרכז כדור הארץ) האמתי של הירח אוור לב' באיר ד'תתקל"ח (20.04.1178 يولיאני) ומוצה שהוא $48^{\circ} 36'$. לפי חישוב המודרני יוצא זמן 20 דקות אחר שקיעת השמש הגיאומטרית בתאריך זה הוא 16:50 UTC ובזמן זה אורך הירח הגיאוצנטרי האמתי הוא $48^{\circ} 14'$, כלומר יש סטייה של $22'$ בין חישוב אורך הירח האמתי של הרמב"ם לחישוב המודרני.

ניתן להסביר את הסטייה ע"פ י. ג. איידלר² (עמ' 122-128) שטען שהרמב"ם השתמש בערכים המופיעים בלוחותיו של האסטרונום המוסלמי אלבאני שפעל כ-300 שנה לפני הרמב"ם (880 לספה"נ). מאחר שבזמןו של הרמב"ם לא היו מודעים לכך שמהירות המאורות (בעיקר סיבוב כדור הארץ והקפת הירח סביב הארץ) משתנות במשך תקופות ארוכות מהעיקר, لكن לא הכלילו את גורמי השינוי כאשר ביצעו חישובים לתקופות רחוקות. אם ערכיהם חישוב של הרמב"ם לתקופתו הדיווק מתדרדר עוד יותר:

ניקח לדוגמה 20 דקות אחרי שקיעת השמש הגיאומטרית אוור לג' ניסן ה'יתשס"ה, (11.04.2005 גregoriani) 827 שנה אחרי העיקר אשר שmas 302,069 יומם אחר העיקר של הרמב"ם. מהלכות קה"ח פרקים יב-יג ניתן לחשב שמקום השמש האמתי של השמש על המלכה שווה $302069 \times 2.31'47'' = 7.0589 + 0.9856472222 = 86.7522 + 0.000041667 = 86^{\circ}19'20''$. מסלול השימוש (אפליאון) שווה $302069 \times 1^{\circ}56'1'' = 99^{\circ}20'19''$. אורך האקליפטיק של גובה השמש – שווה $36^{\circ}18'32''$ – ו"מנת המסלול" $56^{\circ}1'$. לכן האורך האקליפטי האמתי של השמש הוא $36^{\circ}18'32''$ לפי הרמב"ם. חישוב מודרני שנערך לתאריך זה מוצא ש-20 דקות לאחר שקיעת השמש הגיאומטרית שווה לשעה 16:21 UTC, היינו יום يولיאני 184.184 JD. בזמן זה אורך השמש האמתי

הוא $''36^{\circ}52'21''$ לפי החישוב המודרני, לעומת יש הפרש של $17^{\circ}3'$ בין החישוב המודרני לבין השלב הרמביים.

נזכיר כי יש מי שטען שמקומות השימוש והירח לפי הרמביים תואימים את החישוב לדיווק של $\frac{1}{4}$. ניתן ללמידה שהרמביים לא דרש דיוק יותר מ- $\frac{1}{2}$ לערך חישוב אפשרות הראיה.^{6,5,1}

חישוב אפשרות הראיה

אולם הישג המדע המודרני מעטים יחסית כאשר מדובר בקריטריון הראיה משום שגורמים אקראיים כמו כמות האובך באוויר המשפיעים באופן ניכר על אפשרות הראיה וכן דיוק יתר במיקום המאורות אינו מועיל. מחקר מדעי מודרני לא התחל עד לפני כ-150 שנה⁷ וצבר תאוצה רק ב-30 שנים האחרונות.^{8,9} קיימת שתי גישות מודרניות לחישוב אפשרות הראיה: פוטומטרי, או לפי שני פרמטרים או יותר המבוססים על מדדים אסטרונומיים.

כשמדוברים על שיטות פוטומטריות חיבים להגדיר כמה מונחים בסיסיים. כמוות האור שפוגע ביחידת שטח מקור של אור, דוגמת אור הירח, נקראת עצמת האורה (illuminance). כמוות האור שטח מקרין ליחידת זווית מרחבית נקרא בהיקות (luminance). המונח 'בהירות' (lightness) לפי האקדמיה ללשון העברית, שלא שיך לדיוון זה, הוא כמוות האור שטח מחזיר ביחס לכמות האור שפוגע בו. הרבה מבלבלים את המושגים בהירות, הביקות ועצמת ההארה. בשיטות הפוטומטריות מחשבים את עצמת הארת הירח ואת בהיקות הרקע.^{10,11,12,13,14} היחס ביניהם הוא הניגוד (קונטרסט). אם הניגוד גבוה יותר מהניגוד הגבול המאפשר את הראיה בעין בלתי

⁵ ר. הלו, *לוחות העיבור*, ב', עמ' ל, ד"ה ודע, הוצאות פועל ד' (תשכ"ט).

⁶ ג. לוינגר, *מחומין*, י"ד, 473 (תשנ"ד).

J. K. Fotheringham, *Mon. Not.Roy. Astron. Soc.*, **70**, 355 (1910). ⁷

W. Maunder, *J. Br. Astron. Soc.*, **21**, 356, (1911). ⁸

Braun F., *Vistas Astron.*, **21**, 331 (1977). ⁹

M. Ilyas, *Q. J. Roy. Astron. Soc.*, **35**, 425 (1994). ¹⁰

B. E. Schaefer, *Q. J. Roy. Astron. Soc.*, **29**, 511 (1988). ¹¹

B. E. Schaefer, *Vistas Astron.*, **36**, 311, (1993). ¹²

B. E. Schaefer, *Sky Telesc.*, **57**, (May 1998). ¹³

ר. הופמן וט. כאץ, *ידען בינה*, א', 115 (תשס"א). ¹⁴

מצוינת, הירח ייראה. הניגוד הגבולי תלוי בבהיקות הרקע וצורת הירח.¹⁵ חישוב שני הגורמים, עוצמת הארת הירח ובהיקות השמיים, מורכב מאד ותליי במידה רבה במצב האטמוספרה. המשטנה העיקרי באטמוספירהuai אפשר לחזות הרבה מראש הוא כמוות המזולף או אובץ (aerosols).^{14,12} לכן יש מצבים שבהם אי אפשר לחזות מראש אם ייראה הירח או לא. אבל אפשר לחשב את גבול אפשרות הראיה כאשר הירח נמצא בסוף אפשרות הראיה כאשר השמיים כלולים מאוד, ככלומר, ריכוז המזולף (אובץ) נמוך מאוד. אומנם השיטה הפוטומטרית ישירה יותר אך מסובכת יותר מהשיטה הפרמטרית ולא הוכחה שהיא טובה יותר.

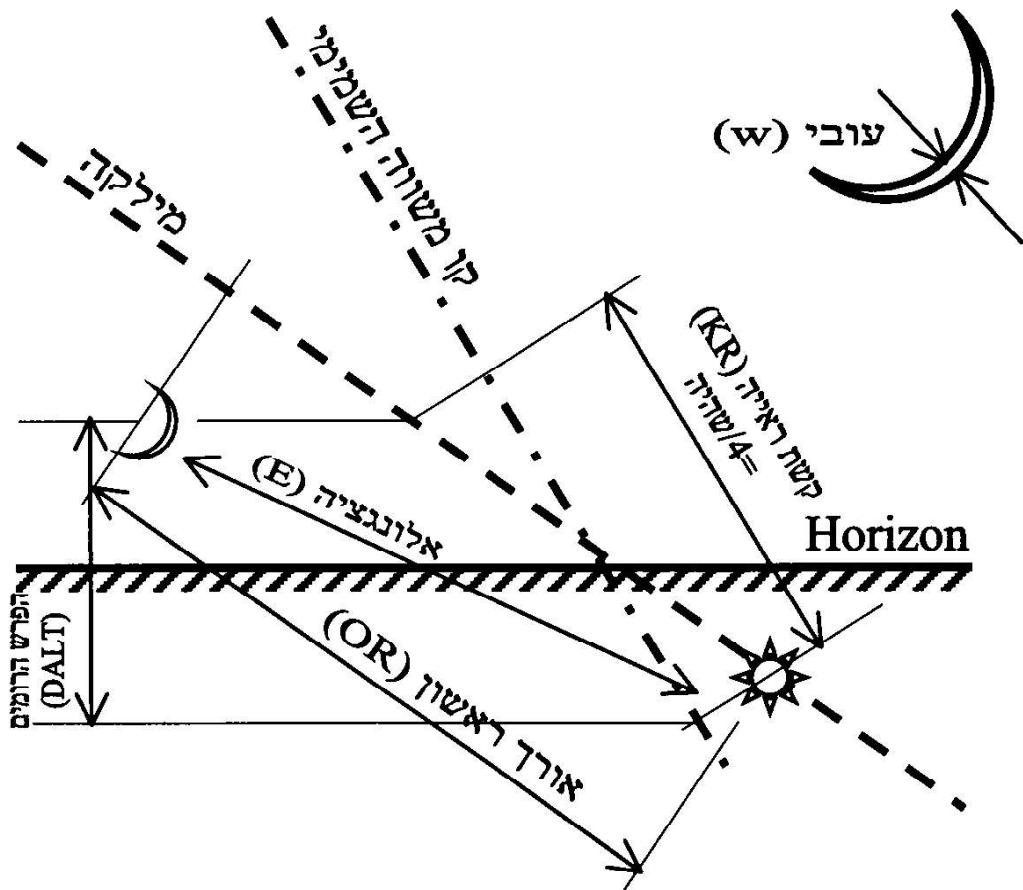
קיימים קרייטריונים דו-פרמטריים מודרניים רבים, שדומים בטיבם ומיצגים את עוצמת הארת הירח נגד החשכת (ההפק מבהיקות) השמיים.^{16,10}

1. עוצמת הארת הירח ניתן לתיאור (תרשים 1) על ידי:

- האורך הראשון (הפרש האורך על המילקה בין מקומותיהם של שני המאורות פרמטר זה מזניח את רוחב הירח על עצמת האור).
- המרחק הזוויתי על ספירת השמיים בין השימוש לירח – האלונגציה.
- עובי סחר הירח.
- ואחו התאורה – כמה מהירח מואר.

H. R. Blackwell, *J. Opt. Soc. Am.*, **36**, 624 (1946).¹⁵
R. E. Hoffman, *Observatory*, **125**, in press, (June 2005).¹⁶

תרשים 1. פרמטרים המשמשים את הקרייטריונים



לא הזכרתי את גיל הירח (הזמן מאז המולד) משום שהוא נותן תוצאות פחות מדויקות.¹⁶ באופן תיאורטי עובי סהר הירח אמרור להיות המדויק ביותר, מאחר שהוא מביא בחשבון את מרחק הירח מן הארץ. אבל בפועל כל הפרמטרים טובים באותה מידת כי הם נובעים זה מזה ולכלם הם למעשה שווי ערך.

2. החשכת השמיים ניתנת לייצוג על ידי :

- **שהייה** - הפרש הזמן בין שקיוט השמש והירח בדקות (LAG) (הנקרא 'שירות על ידי הקרים').
- **קשת ראייה** – השהייה במלות שהיא רביע השהייה בדקות של זמן.
- **הפרש הרום של הירח והשמש** (בין מרכזי המאורות או בין מרכז עיגול השמש עד השפה המפנה אליה של הירח).

השימוש בהפרש הרום מומלץ כאשר משווים תצפיות ברחבים גאוגרפיים שונים. אולם לצורך חיזוי ראיית הירח, ברחבים הגאוגרפי דומים (בין 29° ל- 35°), שלושת הפרמטרים טובים באותה מידת.¹⁶ לכן, הקритריון המבוסס על אורן ראשון וקשת

ראייה מדויק לא פחות עבור רוחב גאוגרפי של ארץ ישראל, מכל קרייטריון דו-פרמטרי אחר.

הקרייטריון של הרמב"ם מיועד לקבוע את התנאים בהם אין אפשרות ראייה ומגדיר את גבול אפשרות הראייה. הקרייטריון הוא שם קשת הראייה עודפת על 9° הירח לא ראה ואם הוא 14° או יותר תתכן ראייה. אם קשת ראייה בין 9° ו- 14° וסך קשת ראייה ואורך הראון פחות מ- 22° לא תתכן ראייה. אם מדיקים, הרמב"ם קוטם (מעגל כלפי מטה) את אורך הראון זהה רומו שגבול הדיק של הרמב"ם הוא פלוסט-מינוס חצי מעלה ויש לחקור את העדים בקפדנות יתר אם סך קשת ראייה ואורך ראוון בין 22° ו- 23° .^{1,5,6} ויש דעת שכאשר הוא בין 22° ו- 23° ניתן לראות את ירח ורק חלק של ארץ ישראל.¹⁷ מתוך מספר רב של תצפויות איקווניות קיימות מעט מאוד תצפויות שבהן ראו את הירח כאשר הרמב"ם טוען שזה בלתי אפשרי.¹

לא משנה באיזה קרייטריון בוחרים, אם מרטיטים פרמטר אחד נגד השני לכל תצפית ניתן להגדיר את הקו המפריד, שמתחתו אי אפשר לראות את הירח. לאחרונה, שמו לב שם מגדרים פונקציה ליניארית בין הפרש הרומיים והאלונגציה, מתקבל קו מפריד אופקי עד להפרש אזימוט (DAZ) של 22° .^{16,18} פענוח של תנומים חדשים מראה שהקו המפריד של הרמה הגבוהה, כאשר הירח לעיתים לא נראה מחמת אובך, שטוח עד ל-DAZ של 30° .¹⁶ ניתן להרכיב פונקציה ליניארית מכל אחד מפרמטרי החשכת השמיים עם פרמטרי עצמת הארת הירח ניתן להרכיב מקדם קלות הראייה (ע, משווה 1). במשווה 1, d מייצג את חשכת השמיים ו- b מייצג את עצמת הארת הירח. יש להתאים את המקדם k כדי שקו גבול אפשרות הראייה יהיה שטוח. אבל, האלונגציה תלולה בשורש ריבועי של אחוז התאורה ושורש ריבועי של עובי סחר הירח.¹⁶ לכן שימוש בשורש ריבועי של אחוז תאורה ועובי הסחר מגדר קווי גבול שטוחים באופן סביר עם k מיטבי כמו לפרמטרים אחרים.

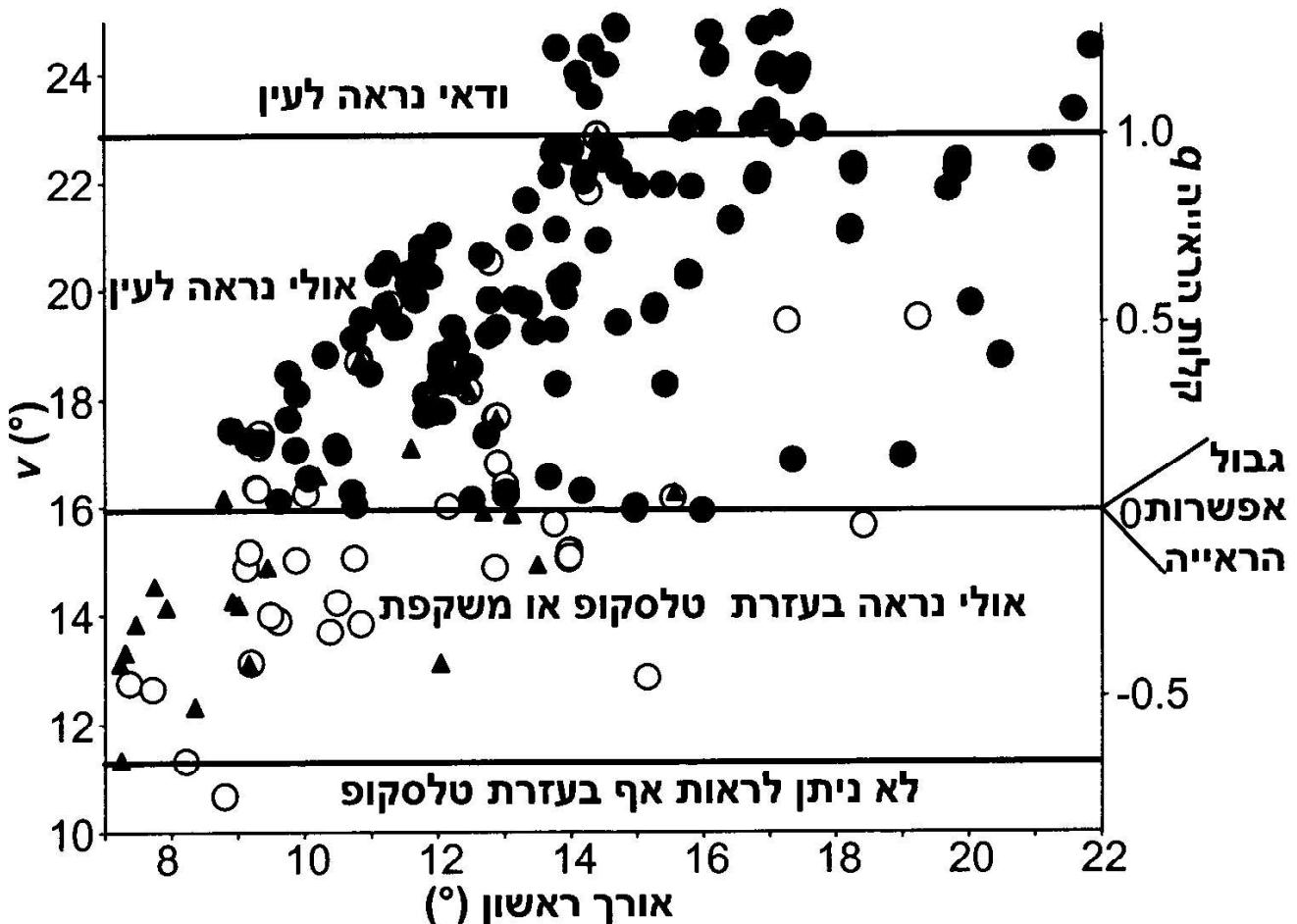
$$n = d + kb$$

משווה 1

¹⁷ ג. א. רבינוביץ', פירוש יד פשוטה על משנה תורה, זמנים ג', תוצאת מעליות, ירושלים (תש"ס).

¹⁸ J. A. R. Caldwell and C. D. Laney, *Afric. Skies*, 5, 15 (2001).

תרשים 2. תצפיות הירח לפי הקרייטריון המודרני: (●) נראית בעין בלתי מזוינת, (○) לא נראית כלל ו-(▲) נראית במשקפת או טלסקופ. התרשים כולל רק תצפיות קשות. תצפיות קלות היו מופיעים למעלה וימינה מהתרשים.



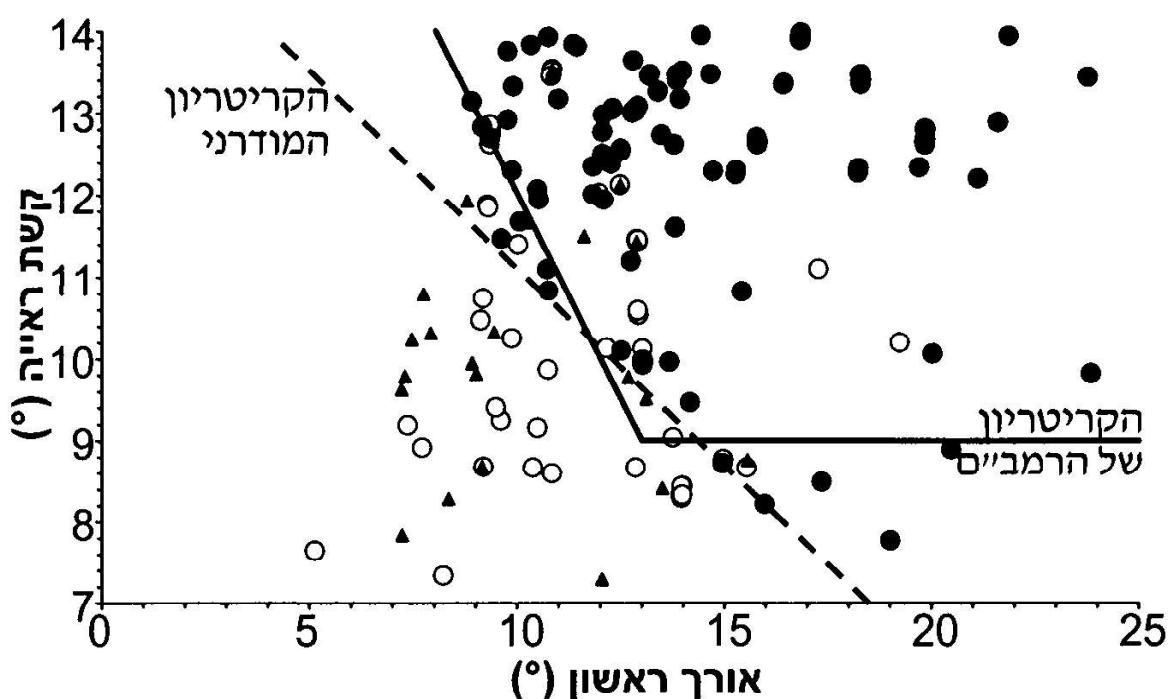
לפי ניתוח התצפיות מתברר שם קשר ראייה + 0.48 פעמי אורך ראשון גדול מ- 15.95° קיימת אפשרות ראייה (תרשים 2). קרייטריון מתאים מהנקוב, אך אין ברור אם מניב שיפור ממשוני מבחינה סטטיסטית הוא הפרש הרומיים (במעלה) + 7.56 שורש רוחב החרמש (בדיקות של קשר) עודף על 12.15° .¹⁶ ניתן לבדוק את הקרייטריונים נגדי מאגר מידע של תצפיות. הקרייטריונים המודרניים מותאמים למאגר لكن אין תצפית חיובית שלא הייתה צפופה. השאלה היא כמה תצפיות חיוביות הרמב"ם היה פועל וכמה תצפיות שליליות היו הקרייטריונים המודרניים פושלים כאשר הרמב"ם היה נותן להם סיכוי.

כדי לבדוק את הקרייטריון של הרמב"ם יש להציג את טווח הרוחבים הגאוגרפיים ביניהם הוא בתוקף, כי שייכות קשר הראייה תלויה ברוחב. גבולות הרוחב הגאוגרפי שהרמב"ם מגדיר הם בין 29° ל- 35° צפון. אולם אין סיבה גיאומטרית לא לחת

בחשבון תצפיות מחזי כדו"א הדרומי. כמות האובך הממוצע גבוהה יחסית בארץ ישראל¹⁹, لكن הזרמיות להגעה לגבול אפשרות הראייה נדירות יחסית (אך קיימות) לעומת מקומות אחרים הנמצאים ברוחב מתאים כמו אריזונה, ארה"ב ודרום אפריקה.

מתוך 1264 תצפיות אמינות ברחבים גאוגרפיים בהם חל הקритריון של הרמבי"ם, 16 תצפיות חיוביות ב-10 מקומות שונים לא היו צפויות לפי הרמבי"ם (טבלה 1 ותרשים 3). לעומת זאת היו שבע תצפיות שליליות בשני מקומות כאשר הרמבי"ם צפה את אפשרות הראייה והkritериון המודרני שלל את אפשרות זאת. אולם צרכי מאגר גודל יותר של תצפיות שליליות כדי להיות שכן לא תיתכן ראייה. הרמבי"ם חוצה נכוון את אי-אפשרות הראייה ב-~98% של המקרים וחוצה לשווה אפשרות הראייה בפחות מ-~% של המקרים לעומת הקритריון המודרני. זאת אומרת שעבור הרמבי"ם חוצה את אפשרות הראייה נכוון. מערכיהם שהkritериון המודרני נכוון ל-99.3% של התצפיות.¹⁶ הרמבי"ם הצליח במטרתו והצליחו לשפר רק מעט על הקритריון שלו.

תרשים 3. השוואת בין הקритריון של הרמבי"ם והkritериון המודרני. הסימון כמו בתרשימים 2. הקритריון של הרמבי"ם בקו מוצק והkritериון המודרני בקו מקווקו.



המקדם q הוא מקדם קלות הראייה מנורמל ממקדם γ .¹⁶ הערך של q מנורמל לאפס בגבול אפשרות הראייה, ולאחד בגבול העליון כאשר הירח ודאי ייראה ללא עננים (משוואה 2, כאשר $\gamma = 0$ הוא הערך של q בגבול אפשרות הראייה ו- $\gamma = 180^\circ$ הוא הערך של q כאשר הירח ודאי ייראה). הירח ודאי ייראה כאשר q גדול מאחד. בערכים בין אפס לאחד, q קרוב להסתברות הראייה שמושפע על ידי צלילות האוויר (באופן טכני, ריכוז המזולף) וטיב ראיית התצפיתן. תיתכן ראיית הירח בעזרת טלסקופ עבור ערכים של q מעל כ-0.7-. לкрיטריון של הרמבי"ס, $q = \text{שווה } 15.95^\circ \text{ ו-} 17^\circ \text{ שווה } 22.85^\circ$.

טבלה 1. תוצאות שיש בהן סטייה בין הרמבי"ס והשיטה המודרנית

מספר	תאריך	אורך	רוחב	גובה	אורך	אורך ראשון	קשת ראייה
1	1979/01/28	-81.3	29.9	0	10.06	11.68	
2	1989/10/01	34.43	31.24	145	19.02	7.80	
3	1990/05/24	-118.1	34.2	1740	9.15	12.84	
4	1991/02/15	73.08	33.40	0	9.61	11.47	
5	1996/01/21	18.41	-33.92	350	17.35	8.49	
6	1997/02/08	18.41	-33.92	350	15.98	8.22	
7	1997/08/04	35.22	31.25	600	14.96	8.72	
8	2000/04/03	35.30	31.79	430	20.48	8.89	
9	2000/09/28	34.88	29.64	833	10.72	11.10	
10	2002/03/14	-111.10	32.22	953	10.76	10.84	
לא נראה לעין כאשר אפשר לפי הרמבי"ס אך לא לפי המודרני							
11	1984/11/23	-81.0	34.0	60	13.12	9.52	
12	1997/03/08	34.65	31.80	0	12.68	9.78	
13	1998/07/24	35.18	31.78	725	13.76	9.04	

$$q = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_1 - \nu_0}$$

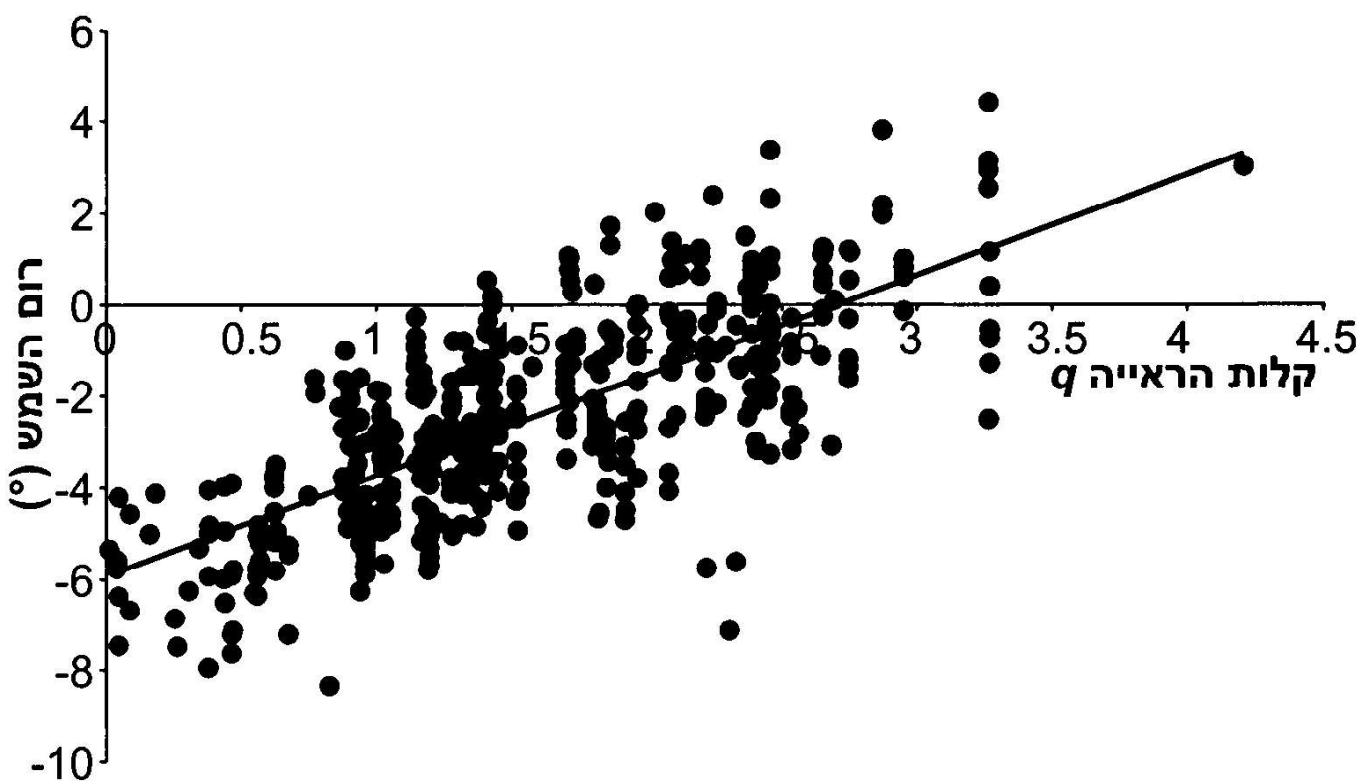
משוואה 2

אחת השאלות ששאלו את העדים הייתה 'כמה היה גובה', כלומר, מה היה רום הירח. הרמב"ם לא כתב איך לחשב את רום הירח בהופעתו אלא ברור שככל שראית הירח קלה יותר כך ניתן לראות אותו מוקדם יותר וגובה יותר. רום הירח כאשר הוא מופיע לראשונה, בסוף הראייה, תלוי ישירות בקלות הראייה.¹⁴ לכן כאשר לוקחים את המקדם q שלנו ביחס לром הירח בהתחלה הופעתו ניתן להתאים קו ישר (משוואה 3) כאשר S הוא רום הירח בזמן הראייה הראשונה. פיזור הנקודות נובע משינויי אובך וטיב הראייה – ראה תרשימים 4.

$$h_S = 2.19q - 5.93 \pm 1.43^\circ$$

משוואה 3

תרשים 4. רום המשמש בהתחלה ראיית הירח ביחס לקלות הראייה



מסקנות

היום ניתן לחשב את מקומות גורמי השמיים בדיקת מפליא, סדרי גודל רבים מעבר לאופן היכולת בזמן הרמב"ם. למרות זאת הקритריון של הרמב"ם טוב מאוד

והשיפורים בו קטנים מאד. בעזרתו התכפיות הוספנו את חישוב הרום המקסימלי שבו הירח ייראה לкрיטריון של הרמב"ם. בכל זאת מדהים שהרמב"ם הביא קритריון מדויק כל כך ללא מחשבים או מחשבונים.

תודות

תודה ל��תנאים הרבים מהאגודה הישראלית לצפיה בירח החדש שסייעו לתכפיות אסטרונומיות לצורך מאמר זה. תודה ליעקב לוינגר ולעורך, שי ואלטר, עברו יעוז.