

## חיזוי זמן הופעת הירח החדש

### רוי עמנואל הופמן וטוביה כאץ

א. מבוא

ב. הקריטריון של הרמביים

ג. קריטריונים מודרניים

ד. חיזוי הסיכוי לראייה באמצעות שיטות סטטיסטיות

ה. התחשבות בגורמים אטמוספריים

1. ראיית כוכבים

2. ראייה גבולית של הירח

3. דוגמאות

ו. סיכום

ז. ניספח : חישוב הבליעה ובהיקות הרקע.

1. בליעה

2. בהיקות הרקע

### תקציר

קיימות מספר שיטות, שנידונו בהרחבה בספרות, המאפשרות להעריך מתי חל הערב הראשון אחרי המולד בו ניתן להבחין בירח החדש. שיטות אלו מאפשרות לחשב את היום בו תתכן ראיית הירח אבל אין מידע כיצד לחשב את שעת ההופעה, את ההסתברות לראייה ואת ההשפעה של תנאים אטמוספריים. לכן הצענו שיטות המאפשרות להעריך גורמים אלו. לצורך זה נצלנו תצפיות של האגודה לצפייה בירח החדש ועיבדנו אותן בשני אופנים: (1) ניתוח סטטיסטי המתבסס על פרמטרים

אסטרונומיים, 2) חישוב באמצעות גדלים פוטומטריים הלוקח בחשבון תנאים אטמוספריים.

## Abstract

There are a number of methods, described at length in the literature, that allow one to calculate which evening the new Moon will first be seen after conjunction. These methods allow one to calculate which day the Moon will appear but not the time of appearance, the probability of visibility and the influence of atmospheric conditions. We therefore propose methods for evaluating these factors. For this we have used the observations of the Israeli New Moon Society and analyzed them in two ways: 1) statistical analysis based on astronomical parameters and 2) calculation according to photometric parameters taking into account atmospheric conditions.

## א. מבוא

הרמב"ם בהלכות קידוש החדש (א', ז') אומר, "מצות עשה מן התורה על בית דין שיחשבו וידעו אם יראה הירח או לא יראה". ברגע המולד כאשר הירח נמצא בין הארץ והשמש אין שום אפשרות לראות אותו. רק כאשר השמש והירח התרחקו מעט זה מזה, על פני הכדור השמימי, ניתן להבחין בשמי המערב בחרמש דק של הירח החדש. הזמן בין המולד לראיה הראשונה של הירח אינו קבוע.<sup>1</sup> מנתוני תצפית של האגודה הישראלית לצפייה בירח החדש עולה שהזמן משתנה בין 20 ל-56 שעות.<sup>2</sup> הרמב"ם נותן בהלכות קדוש החדש קריטריון אסטרונומי, שבאמצעו ניתן לחשב מתי חל הערב הראשון אחרי המולד בו אפשר לראות את הירח החדש. במאה האחרונה גילו כמה מדענים באירופה עניין מחודש בראיית הירח. הם גם פיתחו קריטריונים לחיזוי הראייה. מטרת הקריטריונים האלה היא לחזות באיזה יום יראה הירח, אחדים מהם הוסיפו הערכה על טיב הראיה אבל אין שיטה לקבוע את שעת ההופעה ואת משך הזמן בו הירח יראה. כמו כן אין מידע על השפעת התנאים האטמוספריים על הראייה. לכן

<sup>1</sup> זמן זה תלוי במצב ההדדי של השמש הירח והארץ ובמהירות התנועה של השמש והירח, המשתנית בהתאם למיקומם על מסלול התנועה שלהם. ראה איידלר עמ' 206 העושה חישוב תאורטי לזמן המזערי והמרבי בין המולד לראיית הירח בעונות שנה שונות.

<sup>2</sup> במקרים נדירים זמן זה יכל להיות קצר יותר. בתצפית שנעשתה בארה"ב 24.5.90<sup>16</sup> נראה הירח 15.5 שעות אחרי המולד (השוה פרקי דרבי אליעזר פרק ז' האומר שהזמן המוקדם ביותר הוא 16 שעות).

הצענו שני קריטריונים נוספים המאפשרים הערכה של דברים אלו. לשם כך נצלנו תצפיות של האגודה הישראלית לצפייה בירח החדש. בתצפיות אלו נקבע זמן ההופעה של הירח וזמן היעלמותו. מתוך כ-450 תצפיות השתמשנו רק ב-150 בהן לא הייתה הפרעה של עננים ושנעשו ע"י תצפיתנים מנוסים. נתונים אלו עיבדנו בשתי שיטות: (1) סטטיסטית המבוססת על פרמטרים אסטרונומיים בלבד, (2) התחשבות בגורמים אטמוספריים באמצעות חישוב המבוסס על נתונים פוטומטריים.<sup>3</sup>

מידע זה עשוי להיות לתועלת לתצפיתנים במיוחד בחדשים בהם הירח הוא צעיר וניתן לראות אותו למשך דקות ספורות בלבד. נראה שלדיעת זמן זה יש גם חשיבות בחקירת העדים בשאלה "כמה היה גבוה" (משנה ראש השנה ב', ו') כיון שרום הירח תלוי בזמן הופעתו.<sup>4</sup>

## ב. הקריטריון של הרמב"ם

בתחילת החודש ניתן להבחין בחרמש הדק של הירח, סמוך לאופק המערבי, רק כשמתחיל להחשיך. הרמב"ם מחשב את התכנות הראיה על סמך שני פרמטרים הקובעים את עובי החרמש ואת מידת ההחשכה. הפרמטר האחד הנו האורך הראשון - L1, המוגדר כמרחק הזוויתי בין השמש לבין הירח,<sup>5</sup> על מישור המילקה (תרשים 1) - ככל שמרחק זה יותר קטן חרמש הירח יותר דק. הרמב"ם קובע שאם האורך הראשון קטן מ- $9^{\circ}$  בחורף ובאביב או קטן מ- $10^{\circ}$  בקיץ ובסתיו, הירח לא יראה. הפרמטר השני הוא קשת הראיה - KR היא קשת על כיפת השמים שגדלה הוא רבע הזמן בין שקיעת השמש לשקיעת הירח (לדוגמה הפרש השקיעות 48 דקות - קשת הראיה  $12^{\circ}$ ).<sup>6</sup> ככל שהזמן בין השקיעות קטן יותר, הירח נמוך יותר, קרוב יותר לאדמומיות הזוהרת של שמי המערב והבליעה של האטמוספירה גדולה יותר, ולכן יהיה קשה יותר להבחין בירח (ראה פהמ"ש לרמב"ם ר"ה א', ה') כשקשת הראיה קטנה מ- $9^{\circ}$  (36 דקות בין

<sup>3</sup> בראון ושייפר קוראים לשיטה זו שיטה תאורטית אך אנחנה מתייחסים אליה כסמי-אמפירית מאחר שהיא משלבת התאמה אמפירית למדידות פוטומטריות עם חישוב תאורטית.

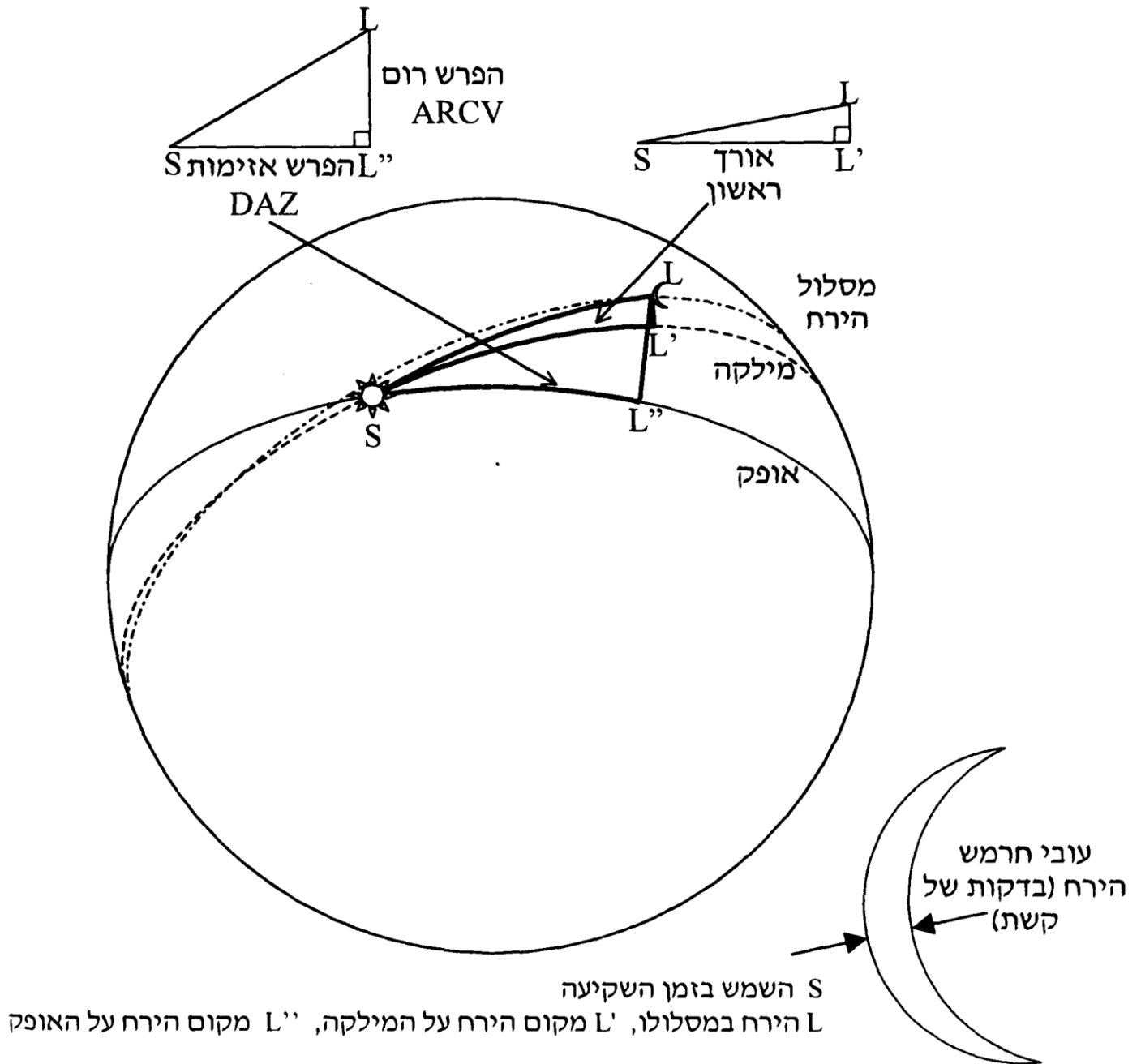
<sup>4</sup> הרב נ. א. רבינוביץ, *יד פשוטה*, הוצאת מעליות, ירושלים, ה'תש"ס, הלכה"ח ב', ד'; ר. ע. הופמן וט. כאץ *בד"ד*, 11, בתהליכי פירסום.

<sup>5</sup> האורך הראשון הוא זווית גיאוצנטרית. זאת אומרת שהוא נמדד ממרכז כדור הארץ.

<sup>6</sup> קשת הראיה היא טופוצנטרית, דהיינו זווית הנמדדת מפני כדור הארץ. שקיעת השמש והירח לפיהן מחשבים את קשת הראיה הן גיאומטריות. זאת אומרת שמרכז השמש א; הירח נמצא באופק, ללא תיקון עבור שבירת האור.

שקיעת השמש לשקיעת הירח) הירח לא יראה. כאשר L1 ו-KR הנם מעל לערכם המזערי תנאי הראיה יהיו כדהלן (נוסחה 1).<sup>8,7</sup>

**תרשים 1. זווית אסטרונומיות על ספירת השמיים.**



<sup>7</sup> י. לוינגר, בדד, 3, 45, קיץ השני (1996).

<sup>8</sup> י. ג. איידלר הלכות קדוש החודש על פי הרמב"ם, ירושלים תשנ"ו (1996).

$$\text{נוסחה 1: } KR > 9$$

$$L1 > 9 \text{ (או 10)}$$

$$\text{INT}(L1) + KR > 22$$

כאשר  $\text{INT}(L1)$  הנו הערך השלם של  $L1$

### ג. הקריטריונים המודרניים

בתקופה המודרנית התחילו מספר מדענים לגלות עניין בחיזוי ראית הירח. פות'רינגהם<sup>9</sup> ומונדר<sup>10</sup> באנגליה, וכן שוך<sup>11</sup> בגרמניה ששיטתו אומצה ע"י מדענים הודים,<sup>12</sup> הציעו קריטריוני ראיה המבוססים על שני פרמטרים: DAZ, ההפרש בין אזימוט השמש לבין אזימוט הירח ו-ARCV, הרום של מרכז הירח מעל לאופק בשקיעה הגיאומטרית (תרשים 1). גם כאן קובעים שני הפרמטרים את מידת ההחשכה ואת עובי חרמש הירח. ראית הירח תיתכן אם עבור DAZ נתון ARCV גדולה מהנקוב בטבלה.

**טבלה 1.** גדלים מינימליים ל-ARCV ביחס ל-DAZ לפי שלוש שיטות מודרניות עבור אפשרות ראית הירח.

| 0    | 5    | 10   | 15   | 20   | ←                       | DAZ (°)  |
|------|------|------|------|------|-------------------------|----------|
| 12.0 | 11.9 | 11.4 | 11.0 | 10.0 | פות'רינגהם <sup>9</sup> | ARCV (°) |
| 11.0 | 10.5 | 9.5  | 8.0  | 6.0  | מונדר <sup>10</sup>     | ARCV     |
| 10.4 | 10.0 | 9.3  | 8.0  | 6.2  | שוך <sup>11</sup>       | ARCV     |

<sup>9</sup> J. K. Fotheringham *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.*, 70, 355-362, (1910).

<sup>10</sup> W. Maunder, *J. Brit. Astron. Assoc.*, 21, 356-362, (1911).

<sup>11</sup> C. Schoch, *Erganzungsheft zu den Astronomischen Nachrichten*, 8(2), 17.

<sup>12</sup> *Indian Astronomical Ephemeris*, Indian Meteorology Department, New Delhi (1979 and annually).

קריטריון נוסף ניתן ע"י האסטרונום הלבנוני ברוין<sup>13</sup> המבוסס על הפרש רום ARCV ורוחב חרמש הירח  $w$ . ד"ר יאלופ,<sup>14</sup> ממצפה הכוכבים של גריניץ' נתח קרוב ל-300 תצפיות ירח שנעשו ברובן בארה"ב ובאירופה ע"י מדענים וחובבים ופורסמו ע"י שייפר.<sup>15,16,17</sup> בהתבסס על תצפיות אלו ועל הקריטריון ההודי קיבל פרמטר  $q$  (נוסחה-2) שבאמצעותו ניתן לקבוע את טיב הראייה. פרמטר זה התקבל ע"י התמרת הקריטריון ההודי לפונקציה של ARCV ועובי חרמש הירח -  $w'$ . לצורך חישוב  $w'$  נלקח בחשבון שרוחב חרמש הירח תלוי גם במרחקו מהארץ (שלא כברוין שאינו לוקח גורם זה בחשבון).

$$q = (ARCV - 11.8371 + 6.3226w' - 0.7319w'^2 + 0.1018w'^3)/10 \quad \text{נוסחה 2:}$$

באמצעות הפרמטר  $q$  ניתן לקבוע אם הירח יראה, יראה בקלות, בקושי או לא יראה (תרשים 2). בדומה לזה הכין קלדוול<sup>18</sup> ממצפה הכוכבים של דרום אפריקה, תחזיות לראיית הירח, בהתבססו על התצפיות של שייפר ועל אלה שנעשו בדרום אפריקה. לוינגר<sup>7</sup> נתח את כל התצפיות הנ"ל באמצעות מספרי 'בווח' המאפשרים להשוות בין הקריטריונים השונים. מההשוואה עולה שמספר הבותן של הרמב"ם קרוב למה שחשבו החוקרים המודרניים: ההודי,<sup>12</sup> מונדר,<sup>7</sup> יאלופ<sup>14</sup> וברוין.<sup>9</sup>

<sup>13</sup> F. Bruin, *Vistas. Astron.*, **21**, 331-358 (1977)

<sup>14</sup> B. D. Yallop, *NAO Technical Note No. 69*, HM Nautical Almanac Office, Royal Greenwich Observatory, Cambridge, UK (1998).

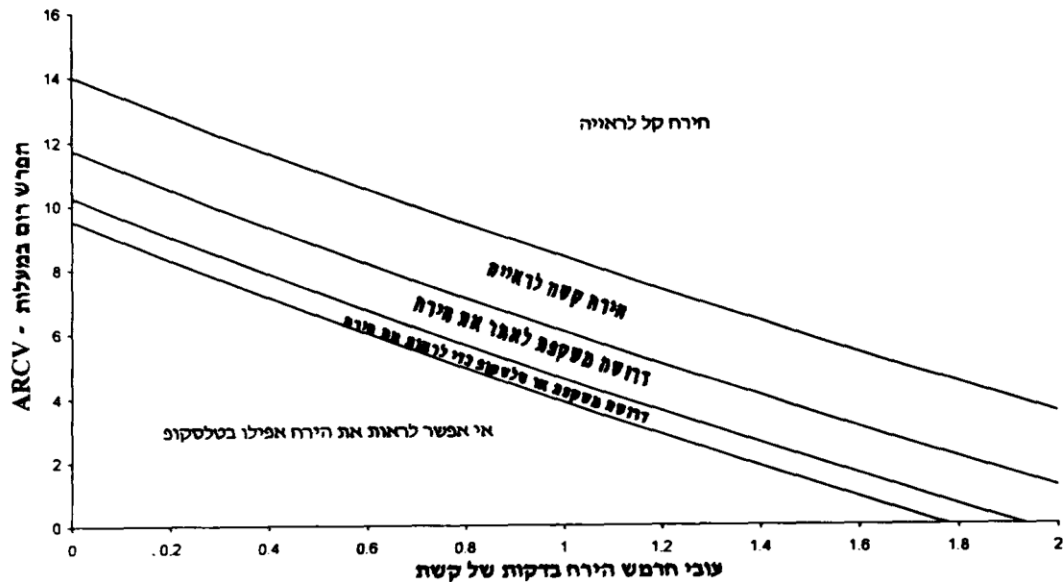
<sup>15</sup> B. E. Schaefer, *Q. J. Roy. Astr. Soc.*, **29**, 511-523 (1988).

<sup>16</sup> L. E. Dogget and B. E. Schaefer, *Icarus*, **107**, 388-403. (1994).

<sup>17</sup> B. E. Schaefer, *Q. J. Roy. Astr. Soc.*, **37**, 759-768, (1996).

<sup>18</sup> J. A. R. Caldwell and C. D. Laney, *SAAO crescent visibility database* (1998).

## תרשים 2. אפשרות ראיית הירח לפי יאלוף



## ד. חיזוי הסיכוי לראייה באמצעות שיטות סטטיסטיות

ניתן להעריך את זמן הופעת הירח באמצעות קריטריוני הראייה של הרמב"ם, ברוחב גיאוגרפי בין  $29^{\circ}$  ו- $35^{\circ}$ .<sup>19</sup> נסמן ב- $t$  את הזמן משקיעת השמש הנראית<sup>20</sup> עד להופעה הראשונה של הירח, KR - קשת הראייה ו-L1 - האורך הראשון (ראה סעיף ב'). אם נתאר עבור כל תצפית את  $t$  כנגד  $L1 + KR$  נקבל מערכת נקודות, שאפשר להתאים להן קו ישר (תרשים 3 ונוסחה 3, כאשר  $\sigma$  סטיית תקן ב- $t$ ).

<sup>19</sup> הרמב"ם מגביל את חישוב הראייה לארץ ישראל בלבד, שרק בה קובעים חודשים (הלקי"ח א', ח') דחינו בתחום רוחב גיאוגרפי  $29^{\circ}$ - $35^{\circ}$  (י"א, י"ז) או  $30^{\circ}$ - $35^{\circ}$  (י"ח, ט"ז).

<sup>20</sup> שקיעת השמש הנראית מוגדרת כזמן בו השמש נעלמת לגמרי מתחת לאופק וכשלושתים בחשבון תיקון עבור שבירת האור.



$$t = 89.63 - 2.344 \times (KR + L1) \quad \text{נוסחה 3:}$$

$$\sigma_t = 8.2$$

נקח לדוגמה את הופעת הירח החדש במוצאי ל' אב ה'תשנ"ט (12 אוגוסט 1999) בליל זה חמשה תצפיתנים חפשו את הירח בפתח תקוה (טבלה 2).

**טבלה 2. זמן ראיית הירח ב-12 אוגוסט 1999.**

| תצפיתן | זמן הראייה הראשונה |
|--------|--------------------|
| מכ     | לא ראתה            |
| טכ     | מ-19:50            |
| בפ     | מ-19:44            |
| רפ     | מ-19:43            |
| שש     | לא ראתה            |



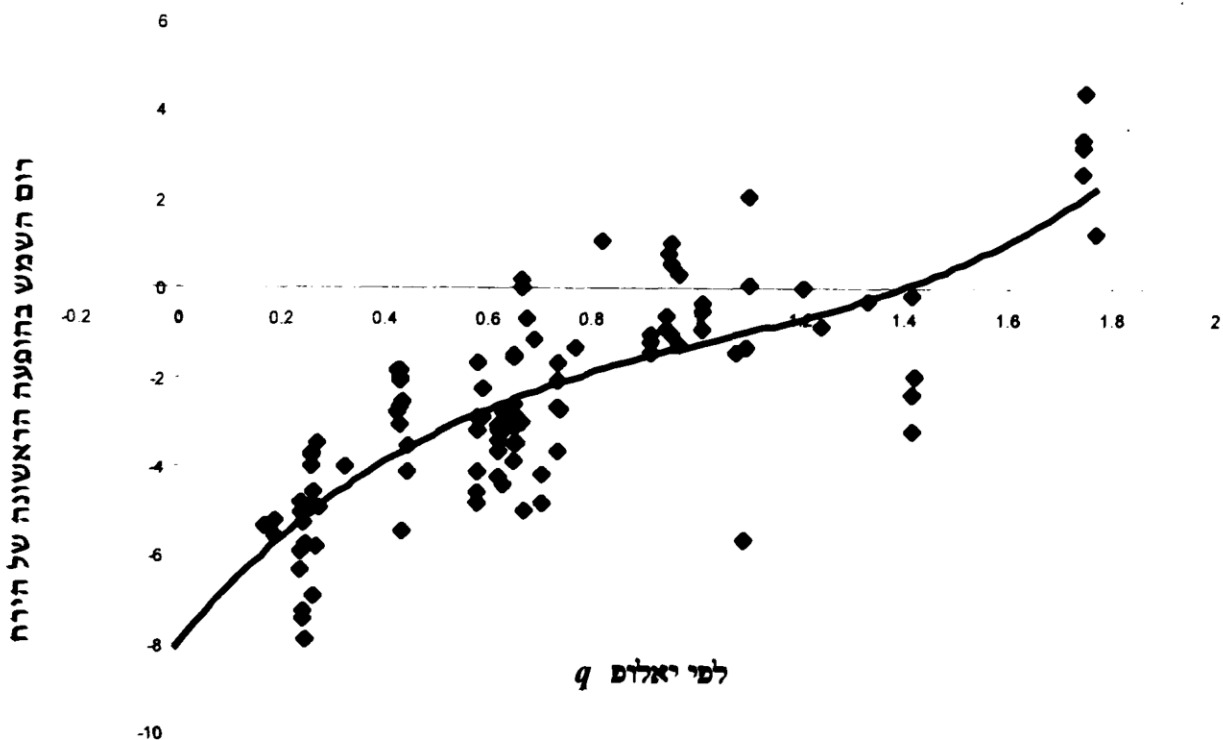
האורך הראשון היה  $15^{\circ}48'$ , קשת הראייה היתה  $12^{\circ}37'$  ושקיעת השמש הנראית היתה ב-19:29 לפי שעון קיץ (UTC + 3). לכן לפי נוסחה 3:

$$t = 89.63 - 2.34 \times (12.62 + 15.80) = 23.0$$

כלומר הירח צפוי להופיע 23 דקות אחרי השקיעה דהינו ב-19:52. בטווח הזמן בשיעור שתי סטיות תקן לפני ואחרי זמן הופעת הירח דיוק התחזית הוא בשיעור 95%. מכאן שההופעה הראשונה של הירח צפויה בין 19:36 ל-20:08, בהתאמה עם התוצאות לעיל.

באופן דומה ניתן לנצל את שיטת יאלוף (ראה סעיף ג') לחיזוי זמן הראיה. במקום להשתמש ב- $t$  (המודד את מידת ההחשכה של השמים) נשתמש ברום השמש (ללא תיקון עבור שבירת האור),  $h_a$ , בזמן הראייה הראשונה.  $h_a$  <sup>21</sup>, שלא כ- $t$ , אינו תלוי ברוחב גיאוגרפי (תרשים 4 ונוסחה 4 כש- $\sigma_{h_a}$  סטיית התקן ב- $h_a$ ). (בירושלים  $1^{\circ}$  ברום שווה ל-4.74 דקות זמן).

#### תרשים 4. תלות זמן הופעת הירח בגודל $q$ של יאלוף



<sup>21</sup> רוֹם השמש טופוצנטרי ללא תיקון עבור שבירת האור.

$$h_a = 3.4415q^3 - 10.804q^2 + 14.151q - 8.0581 \quad \text{נוסחה 4 :}$$

$$\sigma_{ha} = 1.31^\circ$$

בליל 12 אוגוסט 1999, ARCV היה  $8^\circ 11'$  ו- $0.61'$  היה  $0.61'$ . לכן, לפי משוואות 2 ו-4:

$$q = (11.12 - 11.8371 + 6.3226 \times 0.61 - 0.7319 \times 0.61^2 + 0.1018 \times 0.61^3) / 10 = 0.289$$

$$h_a = 3.4415 \times 0.289^3 - 10.804 \times 0.289^2 + 14.151 \times 0.289 - 8.0581 = -4.79^\circ$$

השמש הגיעה לרום זה ב-19:46. כשלוקחים שתי סטיות תקן לכל כיוון מתקבל שהירח יופיע לראשונה בין 19:34 ובין 19:58. שוב החישוב מתאים עם התצפית.

אחד מאתנו (טכ) נוהג לצפות בירח החדש עם קבוצה של אנשים. בשבעה מקרים הצלחנו (טכ, מכ, רפ ובפ) לקבוע את זמן הופעת הירח ללא הפרעה של עננים. לפעמים נוספו אחרים לקבוצה אבל לא תמיד. לכל תצפית ניתן לחשב את סטיית התקן של זמן הופעת הירח. גילינו שהממוצע של הזמנים של ארבעתנו מאוחר ב-3.32 דקות מהממוצע של המצטרפים. לכן השתמשנו בממוצע של שני הממוצעים בתור ממוצע כולל.

כשיש כמה מקרים שאמורים, באופן תאורטי, להביא לאותה סטיית תקן, אך בפועל סטיות התקן הנמדדות אינן זהות, הערך האפקטיבי של סטיית התקן ניתן על ידי שורש ממוצע הרבועים (rms), נוסחה 5 כאשר  $\sigma$  הוא סטיית תקן ו- $n$  הוא מספר המקרים.

$$\sigma_{\text{rms}} = \sqrt{(\sum \sigma^2) / n} \quad \text{נוסחה 5 :}$$

סטיית התקן האפקטיבית בשבעת המקרים של הקבוצה של ארבע הוא 4.89 דקות ( $1.00^\circ$  ברום) בדומה לסטייה המתקבלת כשלוקחים בחשבון את כל התצפיתנים שהצטרפו. לכל תצפיתן ניתן לחשב את הממוצע שלו המשקף את כושר הראייה שלו (טבלה 3). כמו כן ניתן לחשב את הערך האפקטיבי של סטיית התקן האישי – 2.55 ד' או  $0.54^\circ$ .

## טבלה 3. טיב הראייה של התצפיתנים.

| תצפיתן | זמן אחרי הממוצע | רום מעל הממוצע |
|--------|-----------------|----------------|
| טכ     | +6.59 ד'        | -1.39°         |
| מכ     | +1.95 ד'        | -0.41°         |
| בפ     | +2.00 ד'        | -0.42°         |
| רפ     | -3.92 ד'        | +1.82°         |

מאחר שסטיית התקן הכללית שווה לשורש סך ריבועי סטיות התקן של גורמיה (נוסחה 6), ניתן לחשב את סטיות התקן של כל אחד מהגורמים (טבלה 4 ונוסחה 7) כאשר  $\sigma_{\text{component}}$  סטיית התקן של גורם אחד,  $\sigma_{\text{total}}$  סטיית התקן הכללית, ו- $\sigma_{\text{others}}$  סטיית התקן של גורמים אחרים.

$$\sigma_{\text{total}} = \sqrt{(\sum \sigma_{\text{component}}^2)} \quad \text{נוסחה 6 :}$$

$$\sigma_{\text{component}} = \sqrt{(\sigma_{\text{total}}^2 - \sum \sigma_{\text{others}}^2)} \quad \text{נוסחה 7 :}$$

## טבלה 4. סטיות תקן של הגורמים לאפשרות ראיית הירח.

| גורם                           | זמן     | רום   |
|--------------------------------|---------|-------|
| כושר הראייה של תצפיתן אחד      | 2.55 ד' | 0.54° |
| כושר הראייה בין תצפיתן לתצפיתן | 4.66 ד' | 0.98° |
| כתוצאה ממזג האוויר             | 3.85 ד' | 0.81° |
| תצפיתן אחד ביחד עם מזג האוויר  | 4.62 ד' | 0.95° |

לכן לתצפיתן בעל טיב ראייה ידוע הרואה את הירח x מעלות מעל הממוצע ניתן לדייק יותר (נוסחה 8).

$$h_a = 3.4415q^3 - 10.804q^2 + 14.151q - 8.0581 + x \quad \text{נוסחה 8 :}$$

$$\sigma_h = 0.95^\circ$$

בדוגמה שלנו בליל 12 אוגוסט 1999, ניתן לחזות מתי כל אחד מהתצפיתנים היו אמורים לראות את הירח לפי 2 סטיות תקן לכל כיוון (טבלה 5).

**טבלה 5.** הזמנים הצפויים והאמיתיים לראייה הראשונה של הירח ב-12 באוגוסט 1999.

| תצפיתן | הזמן הצפוי המוקדם ביותר | הזמן הצפוי המאוחר ביותר | זמן הראייה בפועל |
|--------|-------------------------|-------------------------|------------------|
| טכ     | 19:46                   | 20:07                   | 19:50            |
| מכ     | 19:41                   | 20:03                   | לא ראתה          |
| בפ     | 19:41                   | 20:03                   | 19:44            |
| רפ     | 19:35                   | 19:57                   | 19:43            |

בדרך כלל הירח החדש ביום הופעתו הראשון, כאשר עצמת האור שלו חלשה, נמוג לפני שהוא מגיע לאופק. ככל שהירח מתקרב יותר לאופק מסלול האור שלו דרך האטמוספירה ארוך יותר והשפעת שנוי מזג האוויר היא הגורם העיקרי להחלשת האור. לכן כמעט כל הגורמים האקראיים לזמן דעיכת הירח נובעים מתנאי מזג האוויר. יתכן שקבוצה של תצפיתנים יראו את הירח מופיע בהפרש של רבע שעה בין התצפיתן הראשון עד לתצפיתן האחרון, אך הוא יעלם לכולם תוך דקה אחת. ניתן לחזות את רום העלמות הירח כפונקציה של  $q$  (נוסחה 9) כאשר  $h_m$  הנו רום הירח בראייה האחרונה ללא תיקון עבור שבירת האור ( $\sigma_{hm}$  סטיית התקן ב- $h_m$ ).

$$h_m = 2.8e^{-4q} + 1.3, \quad \sigma_{hm} = 1^\circ \quad \text{נוסחה 9 :}$$

בליל ה-12 באוגוסט 1999 הירח היה אמור להעלם ברום שבין  $0.18^\circ$  ובין  $4.18^\circ$  (לפי 2 סטיות תקן לכל כיוון), דהיינו בין 19:54 ובין 20:14. למעשה, הירח נעלם מאחורי ענן ב-20:00.

$$h_m = 2.8e^{-4 \times 0.289} + 1.3 = 2.18^\circ$$

אם טווח הזמנים בו צפויה ההופעה הראשונה של הירח קודם לטווח בו צפויה ההעלמות, אזי למירב הסיכויים הירח יראה. לעומת זאת אם יש חפיפה בין שני

הטווחים, יתכן שזמן ההופעה הראשונה יהיה אחרי זמן ההעלמות ולמירב הסיכויים הירח לא יראה. הסתברות הראיה,  $P$ , (נוסחאות 12 ו-13) היא פונקציה של הפרש רום השמש בזמני ההופעה ( $h_a$ ) וההעלמות ( $h_d$ ) של הירח,  $r$ , (נוסחה 10) וסטיית התקן של ההפרש,  $\sigma_r$ , (נוסחה 11). סטיית התקן של ההפרש ( $\sigma_r$ ) שווה ל- $1.65^\circ$  וכאשר טיב הראייה של התצפיתן ידוע  $\sigma_r$  שווה ל- $1.38^\circ$ .

$$r = h_a - h_d \quad \text{נוסחה 10}$$

$$\sigma_r = \sqrt{(\sigma_{ha}^2 + \sigma_{hm}^2)} \quad \text{נוסחה 11}$$

$$P = \Phi(-\infty, r/\sigma_r) \quad \text{נוסחה 12}$$

$$\Phi(a, b) = 1/\sqrt{(2\pi)} \int_a^b e^{-t^2/2} dt \quad \text{נוסחה 13}$$

לירח של ה-12 באוגוסט 1999, הסתברות הראייה ללא הפרעת עננים היא

$$P = \Phi[-\infty, (-4.79 + 7.93)/1.65] = 0.97$$

לצופה בעל כושר ראייה ידוע הרואה את הירח  $x$  מעלות מעל הממוצע הסתברות הראייה ניתנת בנוסחה 14.

$$P = \Phi[-\infty, (r + x)/\sigma_r] \quad \text{נוסחה 14}$$

לדוגמה, טכ במקרה שלנו

$$P = \Phi[-\infty, (-4.79 - 1.39 + 7.93)/1.65] = \Phi\{-\infty, 1.06\} = 0.86$$

במקרה שלנו היו עננים שהקטינו את הסתברות הראייה, ולכן, רק שלושה מתוך חמשה תצפיתנים ראו את הירח.

לקבוצה של  $n$  צופים ההסתברות שלפחות אחד יראה ניתן במשוואות 15 ו-16. למקרה שלנו עם חמשה תצפיתנים ב-12 באוגוסט 1999 הסתברות הראייה היא 0.992 (נוסחה 17).

$$P = \Phi\{-\infty, [r + 0.98\Phi^{-1}(1 - 1/n)]/\sigma_r\} \quad (\sigma_r = 1.65^\circ) \quad \text{נוסחה 15}$$

$$\Phi^{-1}(x) \text{ is the value of } t \text{ where } x = \Phi(-\infty, t) \quad \text{נוסחה 16}$$

$$P = \Phi\{-\infty, [-4.79 + 7.93 + 0.98\Phi^{-1}(0.8)]/1.65\} \quad \text{נוסחה 17}$$

$$\begin{aligned} & \Phi\{-\infty, [-4.79 + 7.93 + 0.98 \times 0.84]/1.65\} = \\ & = \Phi\{-\infty, 2.40\} = 0.992 \end{aligned}$$

לצורך עדות החודש דרוש ששני אנשים יראו את הירח. ההסתברות ששני אנשים יראו היא מכפלת הסתברויות הראיה שלהם (נוסחה 18). כשמספר האנשים,  $n$ , גדול ההסתברות ששני אנשים יראו (הסתברות העדות) קרובה לרבע הסתברות הראייה של אחד מהם (נוסחה 19).

$$P = \Phi\{-\infty, [r + 0.98\Phi^{-1}(1 - 1/n)]/\sigma_r\} \Phi\{-?, \{r + 0.98\Phi^{-1}[1 - 1/(n - 1)]\}/\sigma_r\} \quad \text{נוסחה 18}$$

$$P \approx \Phi\{-\infty, [r + 0.98\Phi^{-1}(1 - 1/n)]/\sigma_r\}^2, \text{ for large } n \quad \text{נוסחה 19}$$

כדי להדגים את השיטה ניקח את הירח החדש של 21 ביולי 2001 מירושלים.

$$q = 0.129 \quad w' = 0.42' \quad \text{ARCV} = 10.60^\circ$$

$$h_d = -6.50^\circ \quad h_m = 2.98^\circ \quad h_a = -6.43^\circ$$

$$r = 0.07^\circ$$

לפי זה הירח יופיע לראשונה בין 19:59 (שעון קיץ) ובין 20:27 ונמוג בין 20:12 ובין 20:24. מאחר שהירח עשוי לימוג לפני שהוא יופיע יתכן שהוא לא יופיע כלל. הסתברות הראייה לעד אחד ללא הפרעת עננים היא 55%. אוכלוסיית רבת-עמון בירדן מונה כ-1300000 מוסלמים ובהופעת ירח גבולי הם יכולים לגייס כ-30 תצפיתנים מנוסים. במצב מקביל בישראל (כלומר בעת כינון סנהדרין) בהנחה שהאוכלוסייה תמנה כ-4500000 יהודים, ניתן לצפות לכ-100 תצפיתנים מנוסים שיחפשו את הירח וההסתברות, ללא הפרעת עננים, ששני עדים יראו היא 85% (לפי נוסחה 19):

$$P \approx \Phi\{-\infty, [0.07 + 0.98\Phi^{-1}(0.99)]/1.65\}^2 =$$

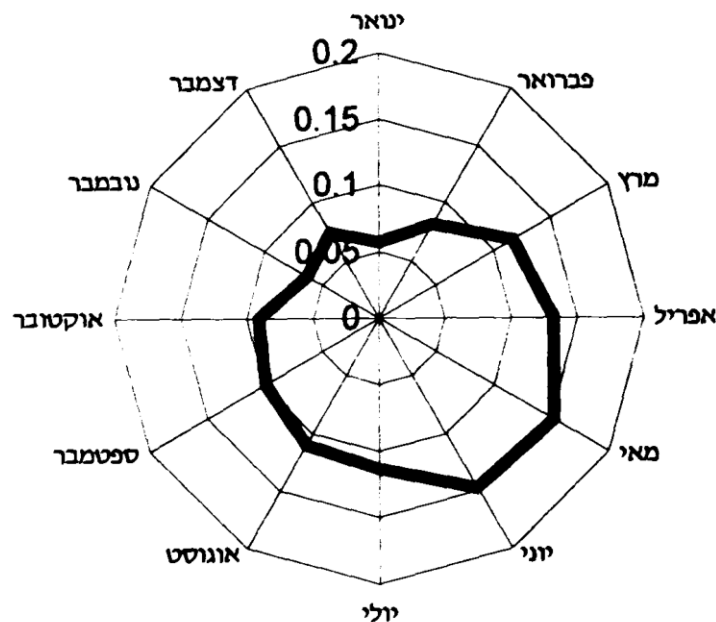
$$\Phi\{-\infty, [0.07 + 0.98 \times 2.33]/1.65\}^2 = \Phi\{-\infty, 1.43\}^2 = 0.92^2 = 0.85$$

### ה. התחשבות בגורמים אטמוספריים.

הרמב"ם בהלכות קידוש החדש, אחרי שנתן את קריטריוני הראיה באמצעות האורך הראשון וקשת הראיה כותב בפרק י"ח שכדי לקבוע אם הירח יראה יש להתחשב בגורמים האטמוספריים בנוסף לקריטריונים האסטרונומיים. כאן הוא מונה שני גורמים אטמוספריים. בחורף הראיה קלה יותר כיון שיש פחות אבק באוויר מאשר בקיץ, במקום גבוה קל יותר לראות את הירח מאשר במקום נמוך.

אנחנו יודעים היום שאחד הגורמים הדומיננטיים להחלשת האור העובר דרך האטמוספירה ע"י בליעה (אכסטינקציה),<sup>22</sup> הינם חלקיקי אבק עשן וטיפות מים המרחפים באוויר, בתרשים 5 ניתן השינוי השנתי של מקדם הבליעה לארוסולים בירושלים.<sup>23</sup> ניתן לראות בעליל שהבליעה בקיץ גדולה יותר מאשר בחורף. בנוסף ידוע שהארוסולים נוטים לשקוע לשכבות התחתונות של האטמוספירה ולכן הצפיפות שלהם קטנה באופן משמעותי עם עליה בגובה, דברים אלו עולים בקנה אחד עם דברי הרמב"ם שראינו לעיל.

### תרשים 5. השינוי השנתי של מקדם הבליעה לארוסולים בירושלים



ב-1993 פורסם מאמר של שייפר<sup>24</sup> בו הוא נותן נוסחאות לחישוב הבליעה של אור המגיע ממכוכב כפונקציה של גובה הצופה מעל פני הים, עונת השנה, לחות יחסית, וכן זווית הרום של הכוכב הקובעת את הזווית שהקרן עברה דרך האטמוספירה.

<sup>22</sup> בליעה - החלשת האור העובר דרך האטמוספירה, גורמי בליעה הם: פזור ע"י הארוסולים (חלקיקי אבק וטיפות מים), פזור ריילי הנגרם ע"י מולקולות האוויר, ובליעה באוזון הנמצא בשכבות הגבוהות של האטמוספירה.

<sup>23</sup> J. H. Joseph and A. Manes, *J. Appl. Meteor.*, 10, 453 (1971).

<sup>24</sup> B. E. Schaefer, *Vistas Asiron.* 36, 311-361 (1993).

מודיפיקציה של השיטה פורסמה ב-1998<sup>25</sup> ונמצאת כתכנית מחשב באינטרנט.<sup>26</sup> לפני שנראה כיצד לנצל חישובים אלו לחזוי ראיית הירח נעמוד על השיטות שבאמצעותן ניתן לקבוע באילו תנאים ניתן לראות כוכבים.

## 1. ראיית כוכבים

האפשרות להבחין בעין בכוכב או בעצם, תלויה בבהיקות הכוכב או העצם ובבהיקות השמים באזור בו נמצא הכוכב. נגדיר קונטרסט של עצם מאיר על פני רקע באמצעות נוסחה 20, כאשר  $B$  בהיקות העצם,  $B'$  בהיקות הרקע ו- $C$  הקונטרסט.

$$C = (B - B') / B' \quad \text{נוסחה 20}$$

אם נקטין את ההפרש  $B - B'$  הקונטרסט ילך ויקטן עד שנגיע לקונטרסט גבולי  $C_t$ , שמעבר לו לא ניתן להבחין בעצם על פני הרקע. בעבודה שנעשתה במלחמת העולם השנייה נבדק הקונטרסט הגבולי בתנאי תאורה שונים ועבור עצמים בעלי קטרים זוויתיים שונים.<sup>27</sup> בניסיונות אלו השתמשו במסך מואר המציג את הרקע, המציג את הרקע, עליו האירו אזור מעגלי, בעל רדיוס זוויתי קטן, המציג את העצם. את בהיקות העצם הקטינו בהדרגה וקבעו באמצעות אנשים בעלי ראייה תקינה מתי מפסיקים לראות אותו. מהתוצאות מתברר שהקונטרסט הגבולי תלוי בקוטר העצם ובמידה רבה בבהיקות הרקע. לדוגמה עבור עצם בקוטר זוויתי של 10 דקות קשת, בתאורת יום,  $C_t = 0.01$  כלומר בתנאים אלו ניתן להבחין בעצם כאשר בהיקותו גדולה ב-1% לפחות מהרקע.

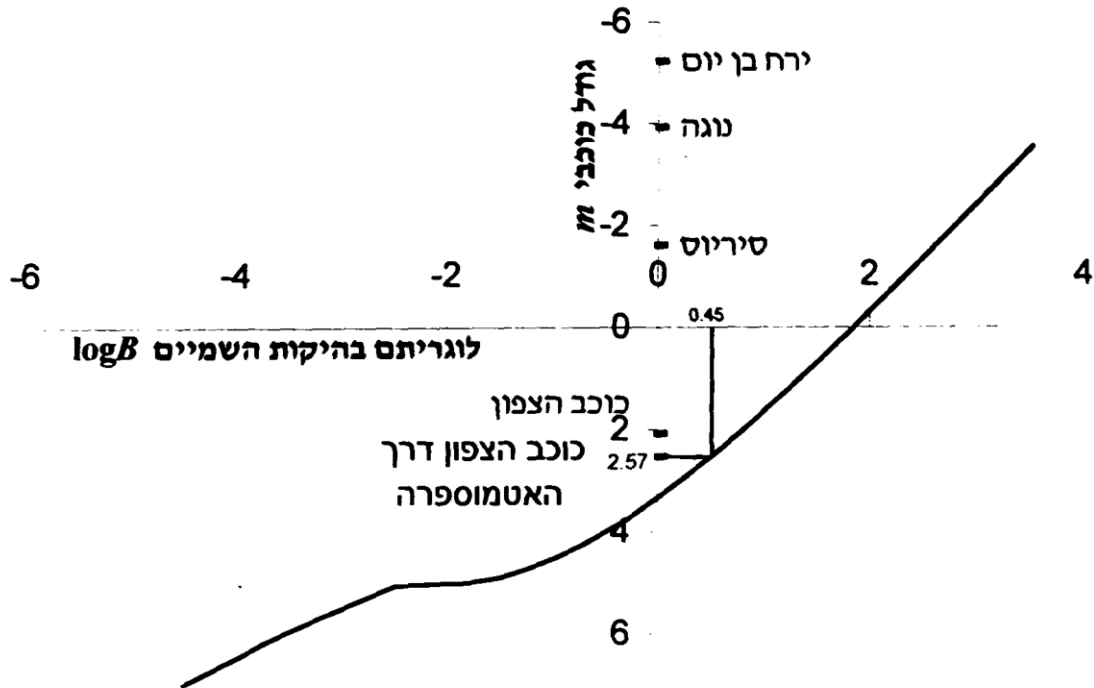
<sup>25</sup> B. E. Schaefer, *Sky Telescop.* 57 (May 1998).

<sup>26</sup> <http://www.skypub.com>

<sup>27</sup> H. R. Blackwell, *J. Opt. Soc. Am.*, 36, 624 (1946).



### תרשים 6. עקומה גבולית והשימוש בה לחיזוי זמן הופעת כוכב הצפון



באמצעות תוצאות המדידה של  $C_t$ , ובשימוש בחישובים פוטומטריים נבנתה ע"י טאוסי וקומן עקומה לחזוי ראית כוכבים בזמן הדמדומים.<sup>28</sup> עקומה זו נראית בתרשים 6 בה ניתן הגודל הכוכבי<sup>29</sup> הגבולי ( $m_0$ ) כפונקציה של בהיקות רקע השמים  $B$  ביחידות של נר למטר רבוע ( $\text{Cd}/\text{m}^2$ ). בתרשים מצוינים כמה ערכים אופייניים של גודל כוכבי: כוכב הצפון 2.1, סיריוס -1.6, וכי. בהיקות השמים -  $B$ , בתרשים 6, ניתנת בסקלה לוגריתמית, בתחום של  $10^4$  עד  $10^5$ , ביחידות של נר למטר מרובע ( $\text{Cd}/\text{m}^2$ ). לשם המחשה ניתנת בתרשים 7 בהיקות השמים בזמנים שונים אחרי השקיעה, בשתי נקודות שונות על פני השמים: כוכב צפון והאופק המערבי. כפי שניתן לצפות הבהיקות באופק המערבי גדולה יותר, בשני המקומות הבהיקות יורדת עם הזמן. עקומות אלו הוכנו באמצעות תוצאות מדידה שנעשו על ידי קומן<sup>29</sup> במקומות רבים על פני כיפת השמים ועבור ערכים שונים של רום (חיובי או שלילי) השמש. ראה בנספח כיצד לחשב מתוך התוצאות של קומן את הבהיקות בכל מקום על פני כיפת השמים ובכל זמן סמוך לשקיעת השמש. כל נקודה מעל לעקומה, בתרשים 6, מייצגת מצב של אפשרות ראייה,

<sup>28</sup> R. Tousy and M. J. Koomen, *J. Opt. Soc. Am.*, **43**, 177 (1953).

<sup>29</sup> M. J. Koomen, *J. Opt. Soc. Am.*, **42**, 353 (1952).

מתחתיה מצב של אי ראייה. נקודה הנמצאת על העקומה מייצגת מצב בו צפוי הכוכב להראות לראשונה. נראה לדוגמה כיצד לחזות את זמן הופעתו של כוכב הצפון בה' בתמוז תשנ"ו (20.6.96), בירושלים. הגודל הכוכבי שלו מחוץ לאטמוספירה הנו 2.1. כתוצאה מבליעה נחלשת עצמת האור של הכוכב והגודל הכוכבי ישתנה לפי נוסחה 21.

$$m = m_0 + \Delta m \quad \text{נוסחה 21:}$$

$m$  - הגודל הנראה של הכוכב לצופה על כדור הארץ

$m_0$  - הגודל של הכוכב מחוץ לאטמוספירה

$\Delta m$  - שיעור ההחלשה

**תרשים 7.** בהיקות השמיים ביו השמשות בקירבות כוכב הצפון ובאופק המערבי



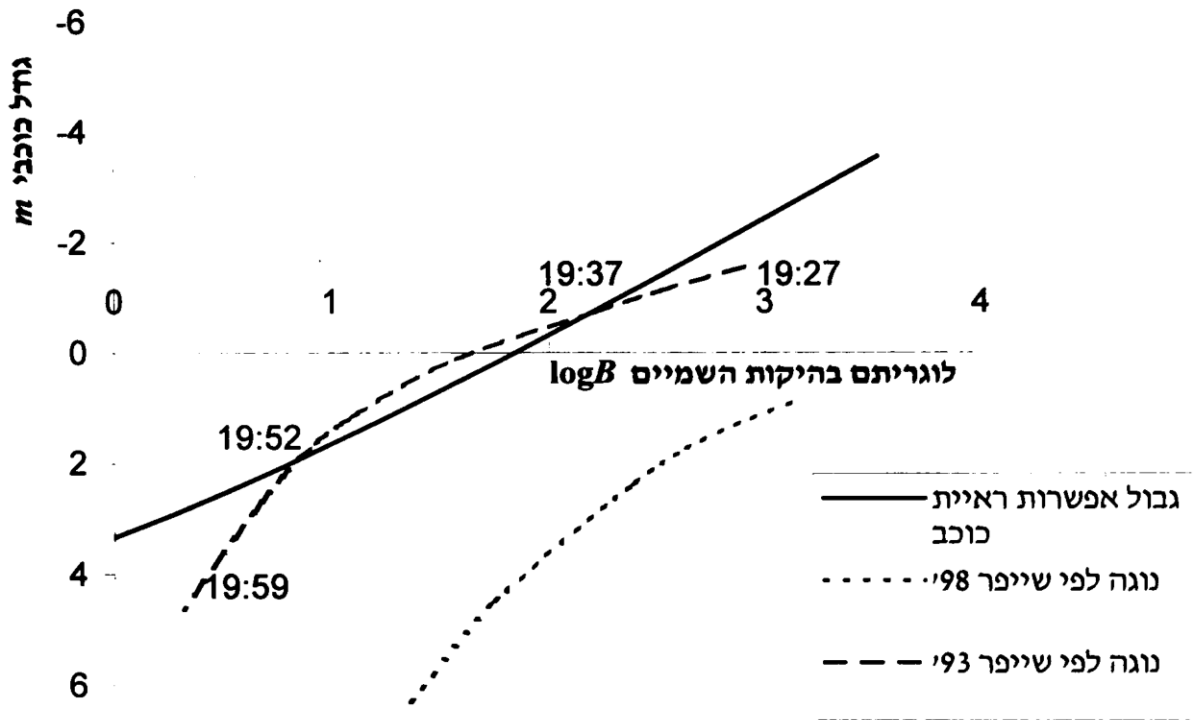
ראה בנספח כיצד לחשב את  $\Delta m$  כפונקציה של הגורמים המשפיעים על הבליעה. במקרה שלנו: רום הכוכב -  $31.1^\circ$ , גובה הצופה מעל פני הים - 800 מטר, לחות יחסית - 60% ועונת השנה - אמצע הקיץ, מהם מתקבל  $\Delta m = 0.47$ . לכן לפי נוסחה 21 הגודל הנראה של כוכב הצפון:  $m = 2.1 + 0.47 = 2.57$ . בתרשים 6 חותך הקו  $m = 2.57$  את העקומה הגבולית בנקודה, המייצגת מצב של ראייה גבולית. הבהיקות בנקודה זו הינה

$\text{Log}B = 0.45$ . מעקומה 7 ניתן לראות שהשמים ליד כוכב הצפון יגיעו לערך זה של בהיקות 26 דקות אחרי השקיעה, כלומר הזמן הצפוי לראייה ראשונה של כוכב הצפון הוא 26 דקות אחרי השקיעה. בתצפית שערך הרב יעקב וייס<sup>30</sup> בירושלים נראה הכוכב לראשונה 27 דקות אחרי השקיעה.

עד כאן דנו בראייה של כוכב הצפון. כיון שהרום שלו קבוע למשך זמן התצפית, הבליעה שלו באטמוספירה אינה משתנית (השנוי של הגורמים האחרים במשך התצפית הנו זניח). אולם בדרך כלל הרום של כוכב משתנה בזמן התצפית, ויש להביא גורם זה בחשבון. הדבר ניכר במיוחד, כשהכוכב סמוך לאופק קרוב לזמן שקיעתו שאז הבליעה משתנית במידה רבה. דוגמא: תצפית שנעשתה על נוגה בחוף שפיים בלי בניסן תשנ"ז (7.5.97). הגודל הכוכבי הנראה -  $m$ , והבהיקות  $B$  חושבו, בזמנים שונים סמוך לשקיעת השמש, ותוארו בתרשים 8. העקומה המתקבלת, **עקומת הראייה**, יורדת באופן מהיר וחותרת את העקומה הגבולית בשתי נקודות בהופעת נוגה ובהיעלמותו. מנקודות החתוך נראה שהופעת נוגה צפויה ב-19:37 והיעלמותו ב-19:52, בתצפית הופיע נוגה ב-19:37 כצפוי, אולם נעלם רק ב-19:59 ברום  $1.5^\circ$ , נראה שהדיוק של התיאוריה הולך ופוחת ככל שהרום קטן. עקומה זו חושבה לפי נוסחאות של שייפר שפורסמו ב-1993.<sup>24</sup> אם נעשה את החישובים לפי השיטה שפורסמה ב-1998<sup>25,26</sup> נקבל עקומת ראייה העוברת יותר נמוך ואינה חותרת את העקומה הגבולית (תרשים 8), כלומר לפי תחזית זו נוגה לא יראה בניגוד לתצפיות. תוצאות דומות התקבלו בתצפיות נוספות של נוגה ושל כוכבים אחרים. מכאן ניתן להסיק שבזמן שרום הכוכב נמוך שיטת שייפר מ-1993, יותר מדויקת משיטתו שפורסמה ב-1998.

<sup>30</sup> תודתנו לרב יעקב וייס, שהנו בעל ניסיון רב בתצפיות מעין אלו, שאיפשר לנו להשתמש בתוצאות.

**תרשים 8.** עקומה גבולית לחיזוי ראיית כוכבים ועקומות ראייה לנוגה בלי ניסן תשנ"ז - 7.5.1997



**2. ראייה גבולית של הירח**

נראה איך לנצל את העקרונות שהבאנו לעיל, לראייה גבולית של הירח. ניתן לחשב את הגודל הכוכבי של הירח מנוסחאות אמפיריות<sup>31</sup> (נוסחה 22, כאשר  $\alpha$  הנה זווית המופע של הירח, בירח מלא הזווית שווה ל- $0^\circ$  ובירח חדש הזווית שווה ל- $180^\circ$ ) אולם אי אפשר להשתמש בעקומה הגבולית לראיית כוכבים המתבססת על מקור נקודתי, לראיית חרמש הירח.

<sup>31</sup> C. W. Allen, *Astrophysical Quantities 3<sup>rd</sup> Ed.*, 66 (1976).

$$m = -12.73 + 0.026|\alpha| + 4 \times 10^{-9}\alpha^4 \quad \text{נוסחה 22:}$$

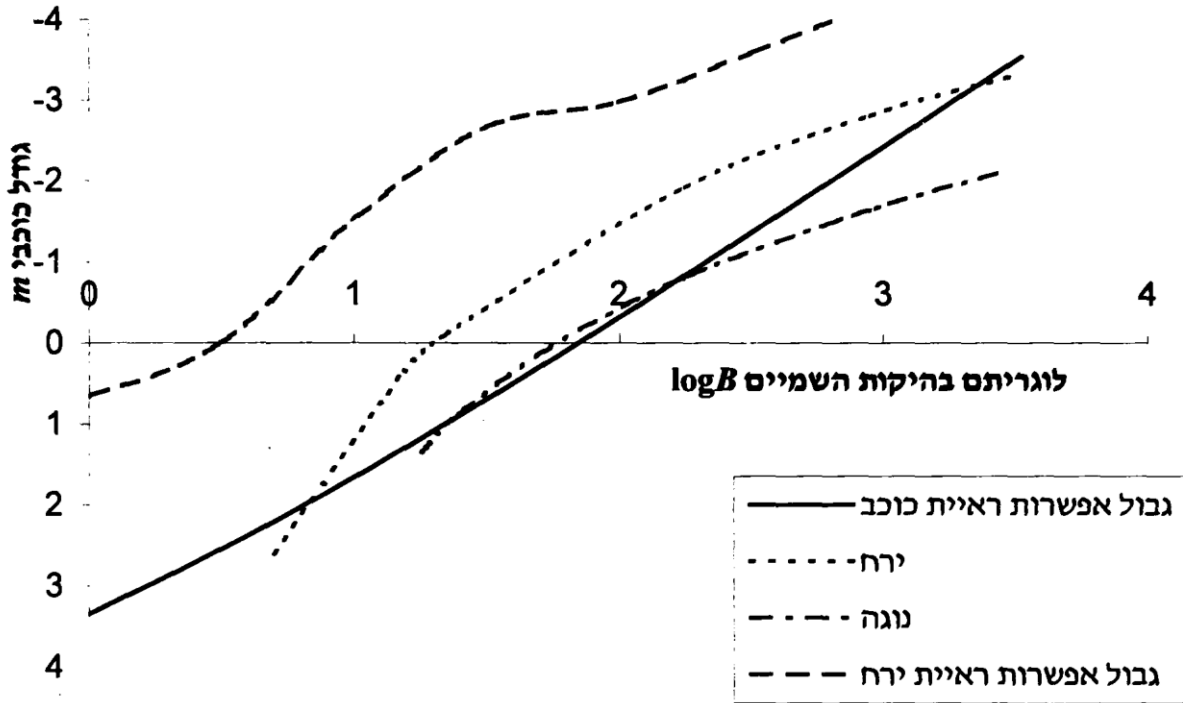
נוכל להסביר זאת באמצעות תצפית שנעשתה בקייפטאון, דרום אפריקה<sup>32</sup> במוצאי כ"ב אדר תרפ"ב (29 מרץ 1922). הגודל של נוגה<sup>33</sup> בזמן התצפית היה  $-3.9$  ושל הירח (בערך יום אחרי המולד) היה  $-5.2$ . בזמן התצפית היו הירח ונוגה כמעט בהתלכדות זאת אומרת, שבהיקות הרקע והבליעה היו שווים בשניהם. למרות זאת ניתן היה להבחין בנוגה ולא בירח. עקומות הראייה של נוגה והירח מתוארות בתרשים 9. מהמצב של עקומת הראייה של נוגה ביחס לעקומה הגבולית ניתן לראות שנוגה יראה לזמן קצר וגם אז רק בקושי. לעומת זאת אם נתייחס לירח כאל מקור נקודתי נראה מהתרשים שהוא יראה יותר זמן מנוגה וגם יותר ברור, בניגוד למה שנראה בתצפית. מכאן שאי אפשר להשתמש בעקומה הגבולית הנקודתית לראיית חרמש הירח, העקומה הגבולית שלו צריכה להיות יותר גבוהה. כדי לבנות עקומה כזו השתמשנו בתצפיות של האגודה הישראלית לצפייה בירח החדש, שנעשו, בדרך כלל, בערב הראשון בו רואים את הירח בתחילת החודש או בבוקר האחרון בסוף החודש. באמצעות תוכנה מתאימה, חושבה<sup>34</sup> לכל תצפית בהיקות השמים והגודל המתוקן לבליעה של הירח במצב גבולי, כלומר ברגע בו הוא מופיע או נעלם מהעין. התוצאות נראות בתרשים 10. עקומת הראייה הגבולית מתוארת ע"י קו העובר דרך נקודות בעלות עצמת הארה מזערית. ניתן להגדיר את הקו באינטרפולציית ספליין בין הנקודות בטבלה 6. כל מה שמתחת לקו מייצג מצב של אי ראייה מעל לקו תתכן ראייה. בדומה לכך, כפי שהראה לוינגר<sup>7</sup> הקריטריון האסטרונומי שנותן הרמב"ם מייצג מצב של אי ראייה ודאית המאפשר הכחשה של עדי שקר.

<sup>32</sup> Mackenzie, *J. Brit. Astr. Assoc.*, **32**, 311 (1922).

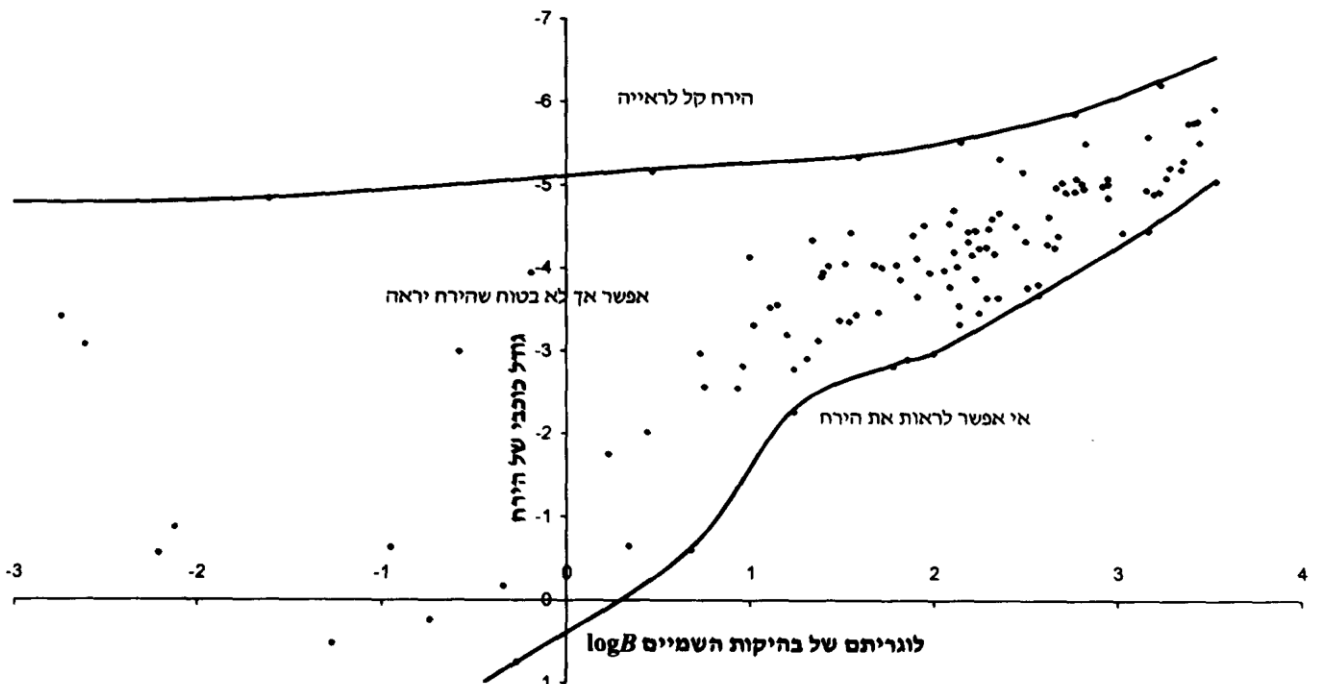
<sup>33</sup> לנוגה יש מופעים והוא יכל להראות כחרמש צר בדומה לירח, אולם במקרה הנדון 98% מפני נוגה מוארים וניתן להתייחס אליו כאל מקור נקודתי.

<sup>34</sup> בחישובים התבססנו על הנוסחאות של שייפר שפורסמו ב-1993<sup>24</sup> כיון שאלה מדויקות יותר ברום נמוך כפי שהוכח מתצפיות כוכבים (ראה לדוגמה תצפית נוגה בסעיף הקודם), כמו כן אם נחשב לפי שיטת 1998<sup>25,26</sup> מתקבל פיזור גדול בתוצאות.

**תרשים 9.** הופעת הירח ונוגה, כשהם היו קרובים להתלכדות בדרום אפריקה בכ"ב אדר תרפ"ב 29.3.1922, ביחס לגבול אפשרות הראייה



**תרשים 10.** עקומה גבולית לראיית ירח



טבלה 6. נקודות המגדירות את עקומת הראייה הגבולית של הירח

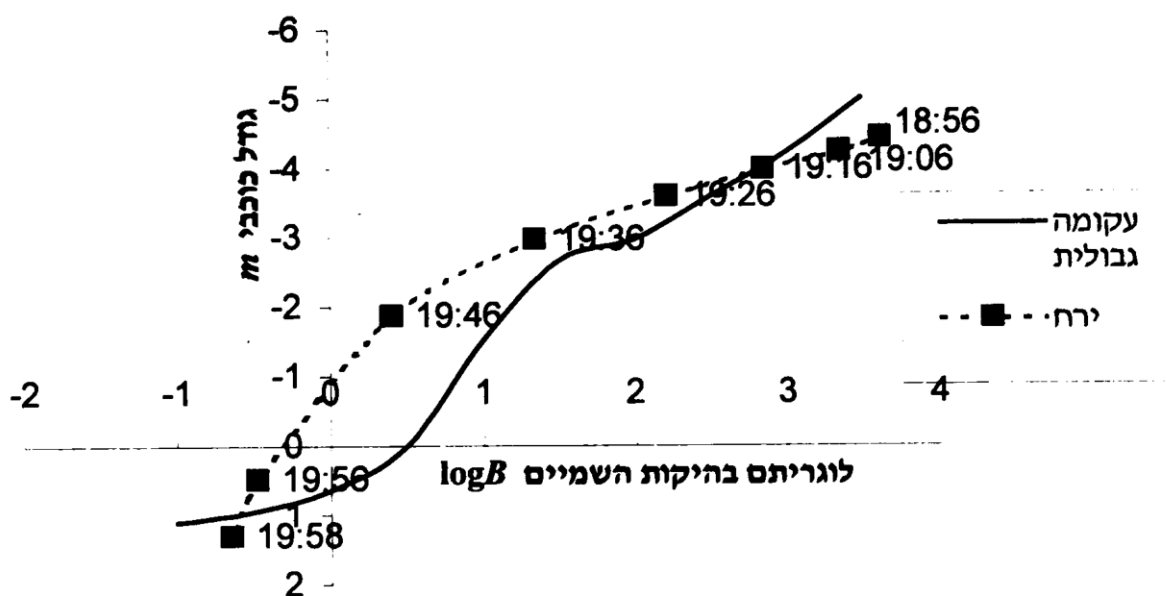
| 3.5   | 3     | 2.5   | 2     | 1.5   | 1     | 0.5  | 0    | 0.5  | Log(B)   |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|----------|
| -5.00 | -4.22 | -3.58 | -2.97 | -2.66 | -1.52 | 0.00 | 0.65 | 0.95 | <i>m</i> |

### 3. דוגמאות

בתרשים 11 מתוארת תצפית שנעשתה בא' אלול תשנ"ח (23 אוגוסט 1998). מהחתוך של עקומת הראייה של הירח עם העקומה הגבולית נראה שהזמן הצפוי לראייה הראשונה של הירח הנו בשעה 16:19, בפועל הופיע הירח באותו ערב 5 דקות יותר מאוחר, דהיינו ב-21:19. בתרשים 12 נראית השפעת הגובה על הראייה. ההשוואה נעשתה בין פתח תקוה הנמצאת 50 מטר מעל לפני הים לבין ירושלים הנמצאת בגובה 780 מטר. העקומות מתארות את המצב בתצפית ערב במוצאי כ"ט בתמוז תש"ס (2 ביולי 2000) התנאים האסטרונומיים קרובים לגבוליים (הסכום של האורך הראשון וקשת הראייה  $23.5^\circ$ ). בגובה 50 מטר אין סכוי לראות את הירח. בירושלים יש סיכוי קטן לראות את הירח למשך כמה דקות בלבד. למעשה היו באותו יום תנאי ראות קשים והירח לא נראה בשום מקום בארץ פרט לגבעת שאול, ירושלים (גובה 780 מטר) בה הוא נראה למשך כדקה במשקפת.<sup>35</sup> על זה אומר הרמב"ם (פרק י"ח) שאם תנאי הראייה קרובים לגבוליים ניתן לראות את הירח רק במקום גבוה.

<sup>35</sup> כמו כן הירח נראה בעזרת טלסקופ בעל קוטר 200 מ"מ מתר שובק, ירדן (גובה 1646 מטר) <http://www.jas.org.jo/icop.html>

תרשים 11. הופעת הירח באי אלול תשנ"ח - 23.8.1998



תרשים 12 השפעת גובה מעל פני הים בראיית הירח



ו. סיכום

לפי מה שהיה ידוע עד עכשיו, ניתן היה לקבוע האם קיימת אפשרות שהירח החדש יראה אבל לא ידעו לחשב את הסתברות הראייה ולא את זמן הופעתו והיעלמותו.



בעזרת ניתוח סטטיסטי של הגורמים – מזג האוויר וטיב ראיית הצופה – אפשר לחשב את הסתברות הראייה עבור תצפיתן אחד או שלפחות תצפיתן אחד מקבוצה יראה את הירח. כתוצאה מכך פתחנו שיטה לחישוב ההסתברות לעדות כשרה, דהיינו שני תצפיתנים מתוך עם ישראל שראו את הירח.

בנוסף, הניתוח הסטטיסי יכול לתת את זמני ההופעה והעלמות הירח וכתוצאה מכך הרום שבו הירח יופיע. הדבר חשוב מפני שהסנהדרין הייתה שואלת "מה רום הירח". בפועל ידיעת זמן ההופעה עוזר בשלילת עדות מוטעית.

פיתחנו שיטה נוספת לחיזוי המבוססת על פרמטרים אטמוספריים ואסטרונומיים. ההתאמה של התוצאות לשיטה הראשונה מעידה על נכונות המודל הפיסיקלי שלנו.

## ז. נספח: חישוב הבליעה ובהיקות השמים

### 1. בליעה

כפי שראינו לעיל החלשת האור באטמוספירה נגרמת ע"י פיזור ריילי ממולקולות האוויר, הארוסולים והאוזון בשכבות הגבוהות של האטמוספירה, ותלויה במרחק שהאור עובר עד שהוא מגיע לעינינו. השינוי בגודל הכוכבי בשל בליעה חושבה ע"י שייפר<sup>24</sup> וניתנת ע"י נוסחה 1a:

$$\Delta m = k_a X_a + k_R X_R + k_{oz} X_{oz} \quad \text{נוסחה 1a}$$

כאשר מקדמי הבליעה מסומנים ב- $k$ , והאורך האפקטיבי של מסלול האור באטמוספירה ב- $X_a$ ,  $X_R$  ו- $X_{oz}$  מציינים ארוסולים, פיזור ריילי ובליעת אוזון בהתאמה.

כל אחד מששת הגורמים בנוסחה 1a מחושב בנוסחות 2a-6a כפונקציה של הפרמטרים האטמוספריים והאסטרונומיים המשפיעים על הבליעה.

$$X_a \text{ or } X_R = 1/\{\sin[h] + 0.01\sqrt{[H_e]\exp[-30\sin(h)]/\sqrt{H_e}}\} \quad \text{נוסחה 2a}$$

$$X_{oz} = 1/\sqrt{\{1 - [\cos(h)/1.003136]\}} \quad \text{נוסחה 3a}$$

כאשר  $h$  - הרום של הכוכב,  $H_e = 1.5 \text{ km}$  לארוסולים,  $H_e = 8.2 \text{ km}$  לפיזור ריילי.

$$k_a = 0.12e^{-H/1.5}[1 - 0.32/\ln(S)][1 + 0.33\sin(\alpha_s)] \quad \text{נוסחה 4a}$$

$$k_R = 0.1066e^{-H/8.2} \quad \text{נוסחה 5a}$$

$$k_{oz} = 0.031 + 0.0041[\varphi\cos(\alpha_s) - 3\cos(\phi)] \quad \text{נוסחה 6a}$$

כאשר  $H$  - גובה הצופה מעל פני הים בק"מ,  $S$  - לחות יחסית באחוזים,  $\alpha_s$  - עליה ישרה של השמש (נקבעת ע"י עונות השנה)  $\phi$  - רוחב גאוגרפי.

### 2. בהיקות הרקע

הבהיקות בנקודה מסוימת בשמים תלויה ברום הנקודה,  $h$ , בהפרש האזימוט בינה לבין השמש - DAZ, ורום השמש ( $h_s$ ). בעבודה זו נשתמש בתוצאות המדידה של

קומן<sup>29</sup> שנעשו במקומות הבאים:<sup>36</sup>  $h = 0, 10, 30, 50$ ;  $DAZ = 0, 22.5, 45, 90$ ;  $h_s = 5, 3, 0, -3, -6, -9, -12, -15$ . לכל ערך של  $DAZ$  ו- $h$  ניתן להתאים פולינום לגרנגי ב- $h_s$  ( $-15 \leq h_s \leq 5$ ) המאפשר לחשב את הבהיקות באמצעות נוסחה 7a.

$$\log_{10}(B) = 1.03 + \sum c_i h_s^{i-1} \quad B \text{ in Cd/m}^2 \quad \text{נוסחה 7a}$$

מקדמי הפולינום  $c_i$  ניתנים בטבלה 7 לערכי  $DAZ$  ו- $h$  שצוינו לעיל. ערכי ביניים של  $DAZ$  ו- $h$  מחושבים באמצעות אינטרפולציה לינארית.

לדוגמא: חשב את הבהיקות עבור  $h_s = -5$ ,  $DAZ = 22.5$ ,  $h = 5$ . כיון שאין תוצאות מדידה עבור  $h = 5$  נעשה אינטרפולציה בין  $h = 0$  לבין  $h = 10$ , עבור  $h = 0$  נציב בנוסחה 7a,  $h_s = -5$ , ואת ערכי  $c_i$  מהשורה החמישית בטבלה 7, ונקבל  $\log_{10}(B) = 1.28$ . בדומה עבור  $h = 10$  (השורה השישית בטבלה) נקבל  $\log_{10}(B) = 1.31$ . ולכן הערך המבוקש  $(1.28+1.31)/2 = 1.295$ .

## תודות

ברצוננו להודות לישיבת ברכת משה מעלה אדומים ותורמים פרטיים עבור תמיכה למחקר ולחברי האגודה הישראלית לצפייה בירח החדש שצפו בירח.

<sup>36</sup> קומן מדד גם את  $h = 70, 90$  וכן  $DAZ = 135, 180$ , אולם בעבודה זו שעיקר עניינה הוא ראיית הירח החדש באופק המערב, לא נזקקנו לערכים אלו.

טבלה 7. פרמטרים לחישוב בהיקות השמיים

| $c_6$                      | $c_7$                        | $c_8$                      | $c_9$                      | $c_{10}$                     |
|----------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------|
| $-1.293951 \times 10^{-5}$ | 0                            | 0                          | 0                          | 0                            |
| $-1.948558 \times 10^{-5}$ | $-2.386092 \times 10^{-6}$   | $-5.074018 \times 10^{-8}$ | $-1.36594 \times 10^{-9}$  | $-1.396984 \times 10^{-10}$  |
| $-4.809806 \times 10^{-5}$ | $-3.2804 \times 10^{-6}$     | $-1.069763 \times 10^{-7}$ | $-7.574757 \times 10^{-9}$ | $-2.561137 \times 10^{-10}$  |
| $-6.866658 \times 10^{-5}$ | $-6.356121 \times 10^{-6}$   | $-1.277192 \times 10^{-7}$ | $-7.82311 \times 10^{-9}$  | $-5.355105 \times 10^{-10}$  |
| $-8.900397 \times 10^{-5}$ | $-8.851178 \times 10^{-6}$   | $-2.34762 \times 10^{-7}$  | $-1.193645 \times 10^{-8}$ | $-7.101335 \times 10^{-10}$  |
| $-5.589233 \times 10^{-5}$ | $-5.164982 \times 10^{-6}$   | $-1.553009 \times 10^{-7}$ | $-7.714455 \times 10^{-9}$ | $-3.841706 \times 10^{-10}$  |
| $4.043235 \times 10^{-6}$  | $1.436501 \times 10^{-6}$    | $3.983246 \times 10^{-8}$  | $3.259629 \times 10^{-10}$ | $1.047738 \times 10^{-10}$   |
| $-8.722103 \times 10^{-5}$ | $-8.02278654 \times 10^{-6}$ | $-1.778645 \times 10^{-7}$ | $-1.089647 \times 10^{-8}$ | $-6.7552089 \times 10^{-10}$ |
| $-8.903924 \times 10^{-5}$ | $-8.147231 \times 10^{-6}$   | $-2.175073 \times 10^{-7}$ | $-1.257285 \times 10^{-8}$ | $-6.984919 \times 10^{-10}$  |
| $-1.729529 \times 10^{-4}$ | $-1.532988 \times 10^{-5}$   | $-4.395399 \times 10^{-7}$ | $-2.426095 \times 10^{-8}$ | $-1.245644 \times 10^{-9}$   |
| $-2.7181 \times 10^{-4}$   | $-3.070975 \times 10^{-5}$   | $-6.388175 \times 10^{-7}$ | $-3.076469 \times 10^{-8}$ | $-2.654269 \times 10^{-9}$   |
| $-9.711422 \times 10^{-5}$ | $-9.55211 \times 10^{-6}$    | $-2.095426 \times 10^{-7}$ | $-1.27794 \times 10^{-8}$  | $-8.032657 \times 10^{-10}$  |
| $-1.403125 \times 10^{-4}$ | $-1.267092 \times 10^{-5}$   | $-3.285657 \times 10^{-7}$ | $-1.85178 \times 10^{-8}$  | $-1.012813 \times 10^{-9}$   |
| $-3.178234 \times 10^{-4}$ | $-2.856293 \times 10^{-5}$   | $-7.930724 \times 10^{-7}$ | $-4.599181 \times 10^{-8}$ | $-2.409797 \times 10^{-9}$   |
| $-6.022417 \times 10^{-5}$ | $-6.138117 \times 10^{-6}$   | $-8.813048 \times 10^{-8}$ | $-7.264316 \times 10^{-9}$ | $-6.053597 \times 10^{-10}$  |
| $1.403877 \times 10^{-3}$  | $1.376628 \times 10^{-4}$    | $3.463013 \times 10^{-6}$  | $1.878633 \times 10^{-7}$  | $1.160661 \times 10^{-8}$    |

| DAZ  | $h$ | $c_1$    | $c_2$      | $c_3$       | $c_4$                      | $c_5$                      |
|------|-----|----------|------------|-------------|----------------------------|----------------------------|
| 0    | 0   | 2.479155 | 0.3753409  | -0.02288453 | $-4.083652 \times 10^{-3}$ | $-3.725652 \times 10^{-4}$ |
| 0    | 10  | 2.176121 | 0.2609722  | -0.02334294 | $8.51331 \times 10^{-4}$   | $1.586 \times 10^{-4}$     |
| 0    | 30  | 1.869225 | 0.2021513  | -0.02398784 | $3.252785 \times 10^{-3}$  | $1.128038 \times 10^{-4}$  |
| 0    | 50  | 1.544153 | 0.2036108  | -0.02913388 | $3.892664 \times 10^{-3}$  | $2.942333 \times 10^{-4}$  |
| 22.5 | 0   | 1.977773 | 0.1899748  | -0.02179542 | $4.381158 \times 10^{-3}$  | $2.618212 \times 10^{-4}$  |
| 22.5 | 10  | 1.954244 | 0.2051669  | -0.01834577 | $2.964254 \times 10^{-3}$  | $1.252922 \times 10^{-4}$  |
| 22.5 | 30  | 1.806188 | 0.2234819  | -0.02659418 | $4.770578 \times 10^{-4}$  | $3.727571 \times 10^{-5}$  |
| 22.5 | 50  | 1.47716  | 0.1817855  | -0.02995524 | $5.118461 \times 10^{-3}$  | $3.513484 \times 10^{-4}$  |
| 45   | 0   | 1.778264 | 0.1766852  | -0.0207457  | $4.471431 \times 10^{-3}$  | $1.996105 \times 10^{-4}$  |
| 45   | 10  | 1.763525 | 0.1523495  | -0.01549616 | $7.912331 \times 10^{-3}$  | $1.830004 \times 10^{-4}$  |
| 45   | 30  | 1.699249 | 0.14623    | -0.03600698 | 0.0112629                  | $1.059878 \times 10^{-3}$  |
| 45   | 50  | 1.447275 | 0.1644997  | -0.0359832  | $5.69944 \times 10^{-3}$   | $4.735437 \times 10^{-4}$  |
| 90   | 0   | 1.531605 | 0.133995   | -0.02696811 | $7.415353 \times 10^{-3}$  | $3.4731 \times 10^{-4}$    |
| 90   | 10  | 1.531727 | 0.08131794 | -0.02320722 | 0.01472556                 | $4.774936 \times 10^{-4}$  |
| 90   | 30  | 1.50525  | 0.1830598  | -0.03960438 | $3.82843 \times 10^{-3}$   | $4.626098 \times 10^{-4}$  |
| 90   | 50  | 1.341349 | 0.6278449  | -0.01420473 | -0.06006253                | $-2.791256 \times 10^{-3}$ |