

# מקור לדברי הרמב"ם בעניין עמוד השחר

## טוביה כאץ

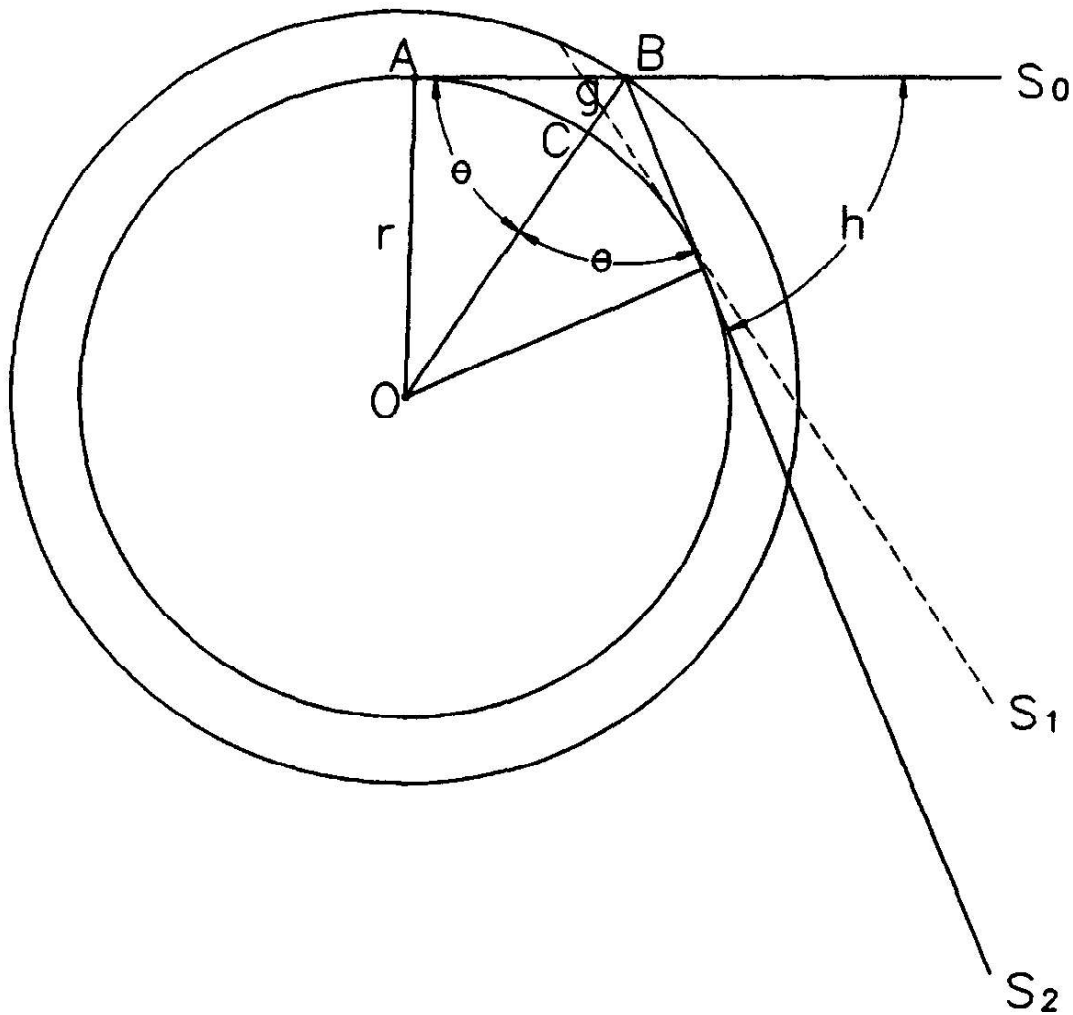
בפרושו למשנה ברכות א', א' כותב הרמב"ם<sup>1</sup> "ועמוד השחר הוא עמוד האור הבוקע בבקר, והוא אור יראה בפאת מזרח קודם עלות השמש כשעה וחומש מן השעות השוות, וסבתו קרבת הקיף אור השמש לאדים הכבדים העולים מן הארץ תמיד שגבהם על פני האדמה חמישים ואחד מיל כמו שנתבאר בתורת המדעים.

הרמב"ם רומז כאן שהוא מסתמך על הספרות המדעית בת זמנו. הוא קושר בין אורך הנשף וגובה האטמוספירה - האדים הכבדים העולים מן הארץ, בעיה שהעסיקה את המדענים בתקופתו. נדגים כאן בצורה פשוטה כיצד לחשב קשר זה. באיור 1 מסמן  $r$  את רדיוס כדור הארץ,  $g=CB$  את גובה האטמוספירה. צופה העומד בנקודה  $A$  רואה את הנץ החמה בנקודה  $S_0$  כאשר השמש נמצאת באופק<sup>2</sup> דהיינו על המשיק דרך  $A$ . בזמן יותר מוקדם כשהשמש נמצאת מתחת לאופק כגון בנקודה  $S_1$  עדין מגיעות קרניה אל אזור האטמוספירה הנמצא מעל לאופק. המקום הגבולי לראיית אור השמש היא הנקודה  $S_2$  אשר המשיק דרכה נפגש עם המשיק דרך  $A$  בקצה העליון של האטמוספירה בנקודה  $B$ .  $h$  היא זווית ההשתפלות של השמש בתחילת עלות השחר.

---

1. לפי תרגומו מערבית של הרב קאפח לפרוש המשנה, ירושלים תשכ"ד.

2. ליתר דיוק הקצה העליון של השמש נמצא על קו האופק.



**איור 1: חישוב גובה האטמוספירה**

$g$  גובה האטמוספירה.

$h$  זווית ההשתפלות של השמש בזמן עלות השחר

$S_0, S_1, S_2$  מקום השמש בזמנים שונים בין עלות השחר להנף החמה

לצופה העומד על קו המשווה בתקופת שיוון היום והלילה, שאז השמש נמצאת גם היא במישור קו המשווה, מתאים פרק הזמן שעה וחמש, אותו

נוקט הרמב"ם, לזוית ההשתפלות<sup>3</sup>  $h = 18^\circ$  (לפי  $15^\circ$  לשעה). ברוחב גיאוגרפי  $\phi$ , בזמן שויון היום והלילה, ניתן הזמן  $t$  (במעלות) מעה"ש עד הנה"ח, ע"י<sup>4</sup>:

$$\text{sint} = \sinh / \cos\phi \quad [1]$$

את הקשר בין גובה האטמוספירה  $g$  וזוית ההשתפלות  $h$  ניתן לחשב מהמשולש ישר הזוית AOB (איור 1):

$$\sin\theta = \cos(h/2) = r / (r+g) \quad [2]$$

על דברי הרמב"ם מקשה בעל תוספות יו"ט מהגמרא בפסחים צ"ג שהזמן מעלות השחר עד הנץ החמה עולה לשעה וחצי. כמו כן הוא מביא את דברי יוסף שלמה דלמדיגו הרופא מן קנדיא (המכונה הישר מקנדיא) בספר גבורות ה'<sup>5</sup> שעלית הקיטורים (גובה האטמוספירה) הוא 44 מיל. לבסוף מזכיר בעל התו"ט את פירושו של אבן עזרא לתורה לפסוק "בין הערביים" (שמות י"ב, ו') ולפסוק בקהלת "עד אשר לא תחשך השמש" (קהלת י"ב, ב') שאורך הנשף<sup>6</sup> הוא שעה ושליש מהשעות השוות. ננסה להסביר הבדלים אלו. להבדלים בגובה האטמוספירה מתייחס הישר מקנדיא עצמו באמרו בספר גבורות ה' מדרגה ל"ב "וידעתי שאלאצין הערבי בספר הנשפים ורמב"ם

3. שיעור זה מקובל גם היום לתחילת הדמדומים האסטרונומיים.

4. ברוחב גאוגרפי שונה מזה של קו המשווה ובעונות שנה אחרות הקשר בין זמן זוית ההשתפלות ניתן ע"י נוסחה מהאסטרונומיה הכדורית:

$$\text{cost} = \{ \sin(-h) - \sin\phi \sin\delta \} / \cos\phi \cos\delta$$

כאשר:  $h$  זוית ההשתפלות

$t$  הזמן מהצהריים מתורגם למעלות ( $15^\circ$ ).

$\delta$  נטיה (דקלינציה) של השמש.

$\phi$  רוחב גיאוגרפי.

בתקופת שויון היום והלילה ( $\delta = 0$ ) הזמן  $t$  מעה"ש עד הנה"ח נתן ע"י:

$$\text{sint} = \sinh / \cos\phi$$

5. בספר אליס אמסטרדם שפ"ט. הספר מתחלק לחמישה ספרים: אליס, מעין גנים, חקות שמים, גבורות ה' ומעין חתום.

6. בשמות מדובר בנשף הערב ובקהלת בנשף הבוקר.

בפרוש משנה א', בברכות יחשבו הגובה הזה נ"ב מיל". אלאצין הוא המלומד הערבי אל חסן שחי כ- 150 שנה לפני הרמב"ם ואשר לו מיוחס החיבור הדן בחישוב גובה האטמוספירה מתוך אורך הנשף. המקור הערבי של חיבור זה אבד ועד כה היה ידוע רק התרגום הלטיני בשם Liber De Crepusculis (הודפס לראשונה 1542), שהמשמעות "ספר הנשפים" הולמת אותו. לאחרונה יצא Sabra<sup>7</sup> נגד יחוס המאמר לאל-חסן. אחת ההוכחות החשובות לביסוס טענתו הנו כתב-יד עברי<sup>8</sup> הזוהה בתכנו לחבור הלאטיני. בכתב היד הנושא את השם "אגרת בעמוד השחר" מופיע, שלא כבחיבור בלאטיני, שם המחבר אבו אללה מוחמד אבן מעאד. בכתב היד שיצא זה לא כבר בדפוס בלווי הערות<sup>9</sup>, נמצאים נתונים הדומים לאלה של הרמב"ם. היקף כדור-הארץ 24000 מיל כמו שמביא הרמב"ם בהקדמה סדר זרעים. כמו כן יש דמיון בהסבר תופעת הדמדומים באמצעות הקיטורים העולים מן הארץ. קצת קושי יש בהתאמה לזוית ההשתפלות. בכתב היד נאמר "ושהשפל השמש בזמן עלות השחר י"ח מדרגה (מעלות) וכבר נמצא על י"ט ועל זה נבנה חשבונות". אם נעקוב אחרי החשבון נמצא שהזוית של 19° מתייחסת להשתפלות מרכז השמש מתחת לאפק בזמן עלות השחר בעוד שבזמן הנץ החמה הקצה העליון של השמש (הנמצא כ- 1/4 מעלה מעל מרכזה) נמצא על האפק. כלומר השינוי הזויתי של מרכז השמש מעה"ש עד הנה"ח הינו 18.75 מעלות בקירוב<sup>10</sup>. זוית זו מתאימה לזמן ארוך במקצת משעה וחומש שנקט הרמב"ם. נראה שהרמב"ם לא התכוון לשעה וחומש בדיוק ואמנם מתרגם הרב קאפח כשעה וחומש. לפי

7. I. Sabra "The Authorship of the Liber de CREPUSCULIS, an Eleventh-Century Work on Atmospheric Refraction" ISIS 58 77-85 (1967).

8. כתב-יד פריס 1036, תורגם לעברית ע"י שמואל בן-יהודה במאה הי"ד.

9. ט. כאץ, "על אורך הנשף" תורה ומדע י"א 53-65 אייר תשמ"ו. תודתי נתונה למכון לתצלומי כתב-יד באוניברסיטת ירושלים ולספריה הלאומית בפריס על הרשות להשתמש בכתב היד.

10. אבו מאעד מכניס תיקון לרדיוס השמש 17'2" ולפרקלסה 3'6" דהינו זוית ההשתפלות מתוקנת בת 18° 46' 4" = 17' 2" + 3' 6" - 19°.

עקרונות דומים בהם חישבנו את נוסחה [2] מחשב אבו מעאד את גובה האטמוספירה ל 51.8 מיל<sup>11</sup>, קרוב לערך של הרמב"ם.

היש"ר מקנדיא מגיע לערך של 44 מיל לגובה האטמוספירה מתוך זווית השתפלות של 18° (47' 17° אחרי תקון רדיוס ופרלקסה) והיקף כדור הארץ 22500 מיל<sup>12</sup>. ההבדל במידת היקף כדור הארץ בין הרמב"ם והיש"ר מקנדיא נובע משנויים בתרגום אורך הסטדיה היונית למיל רומי. מקורות עתיקים נותנים ערכים שונים לאורך הסטדיה<sup>13</sup> ביניהם הסטדיה האולימפית ששיעורה 1/8 מיל וסטדיה ששיעורה 1/7.5 מיל שהיתה מקובלת בא"י ונקראה ריס<sup>14</sup>. נראה שהרמב"ם כמו היש"ר מקנדיא חושב את היקף כדור הארץ ל- 180000 סטדיות (הערך של פטולמאוס<sup>15</sup>) אלא שהרמב"ם חושב 7.5 סטדיות למיל העולה ל- 24000 מיל ויש"ר מקנדיא 8 סטדיות למיל העולה ל- 22500 מיל.

את ההבדל בזמן בין עה"ש להנ"ח לפי הרמב"ם בריש ברכות לבין הגמרא בפסחים צ"ג ניתן להסביר בתלות ברוחב הגיאוגרפי. באופן זה מסביר הגר"א (או"ח רס"א ויו"ד רס"ב) ששעה וחומש לפי הרמב"ם מתייחס לקו המשווה וששיעור הגמרא העולה לפי שיטתו, כמו לשיטת התוי"ט<sup>16</sup>, לשעה ומחצה. אם ניקח עבור הרוחב הגיאוגרפי הממוצע של א"י 32.5° (ראה הלכות קדוש

11. זווית השתפלות:  $h = 18^\circ 46' 4''$  ורדיוס כדור הארץ: מיל  $r = 3818$  מחושב מתוך ההיקף 24000 מיל לפי  $\Pi = 22/7$ .

12. רדיוס כדור הארץ  $r = 22500 / (2 \times 22/7) = 3579.5$  מיל.

13. F.hultsh, griechische und romische Metrologie, Berlin (1862).

14. ראה יומא ו', ד' "מירושלים לצוק 90 ריס שבעה וחצי מיל לריס". בירמיהו ל"א, ל"ט מתורגם שער הסוסים - בית ריסא דמלכא, הרד"ק מפרש מקום למרוצי סוסים. כלומר שהריס דומה במשמעותו לסטדיה ששמה למדידת אורך האיציטדיון.

15. A.Diller "The Ancient Measurements of the Earth" ISIS 40 6-9 (1949).

16. הגר"א כמו התיר"ט מחשב את אורך הנשף שעה וחצי - שמינית מאורך היום, אולם פרטי החשבון שונים. לפי התוי"ט אורך היום מהלך 40 מיל, אורך הנשף 5 מיל עולה ל  $1/8 = 5/40$ . לפי הגר"א (ראה שנות אליהו ריש ברכות ואר"ח תנ"ט) מהלך 40 מיל מעה"ש עד צה"כ, הזמן של אורך הנשף בבוקר ובערב 4 מיל, נשארו 32 מיל לאורך היום לכן אורך הנשף  $4/32 = 1/8$ .

החודש י"ח, ט"ז) וזווית השתפלות בת  $18^{\circ} 46'$  יעלה אמנם הזמן לשעה וחצי (לפי נוסחה [1]).

הראב"ע בספרו "כלי נחושת" השער התשעה עשר בבואו לחשב באמצעות האיצטרולב את אורך הנשף, קובע את תחילתו כאשר השמש משתפלת  $18^{\circ}$  מתחת לאופק. הזמן של שעה ושליש לאורך הנשף בפרושו לפסוק "בין הערבים" (שמות י"ב, ו') מתייחס לירושלים כפי שנראה מהמשך דבריו שם כשהוא דן אם זמן זה מספיק לכהנים להקריב את קורבן הפסח. נראה שגם הראב"ע אינו מתכוון לשעה ושליש בדיוק, כיון שבפסוק אחר בפרשת בא (שמות י"ב, ל"א) שגם במצרים הוא חושב את אורך הנשף לשעה ושליש. אם נחשב לפי הרוחב הגיאוגרפי שהוא לדעת ראב"ע  $33^{\circ}$  בירושלים ו  $30^{\circ}$  במצרים (במדבר י"ג, י"ז) נמצא שאורך הנשף (מחושב לפי נוסחה [1] עם תקון של רבע מעלה בזווית ההשתפלות) בירושלים שעה ו- 25 דקות ובמצרים שעה ו- 22 דקות, אכן קרוב לשעה ושליש.

תודתי נתונה לרב יעקב ויס על הערותיו המחכימות בנושאים הקשורים למאמר זה.