

המולדות ומדת החודש הממוצע

שמחה ולנר

תוכן המאמר

מבוא

תנועת הירח, מולד וניגוד - מבט מחוץ למערכת שמש-ארץ-ירח.
המראות המופרים לנו בשמים.
מסלול הירח במשך החודש - מולד וניגוד
ראיית הירח
מולד, ניגוד וליקויים
מדת החודש הממוצע
מדת החודש הממוצע בלוח העברי
חישוב מדת החודש הממוצע

מבוא

המולד - מושג נפוץ ושכיח מאד, לאו דוקא בין המתעסקים בזמני-ההלכה - אינו ברור עם זה לחלק מאתנו, כל צרכו.

בדרך כלל מוזכר מושג זה במלה אחת, "מולד" סתם. לעתים הוא מלווה במלה מאפיינת נוספת - מולד אמיתי או מולד אמצעי (או ממוצע), או מולד-הלוח, וכך אנו יודעים שיש יותר מסוג אחד של מולד.

הכל, בקיאים ושאינם בקיאים, יודעים כמובן ש"המולד" הוא מולד-הירח. אף זה ברור, שמדובר בנקודת-זמן. כלומר, המידע המבוקש לגבי המולד הוא מתי מתרחש, או חל, הדבר הזה שנקרא "מולד". אך מהו בעצם, לא תמיד ברור.

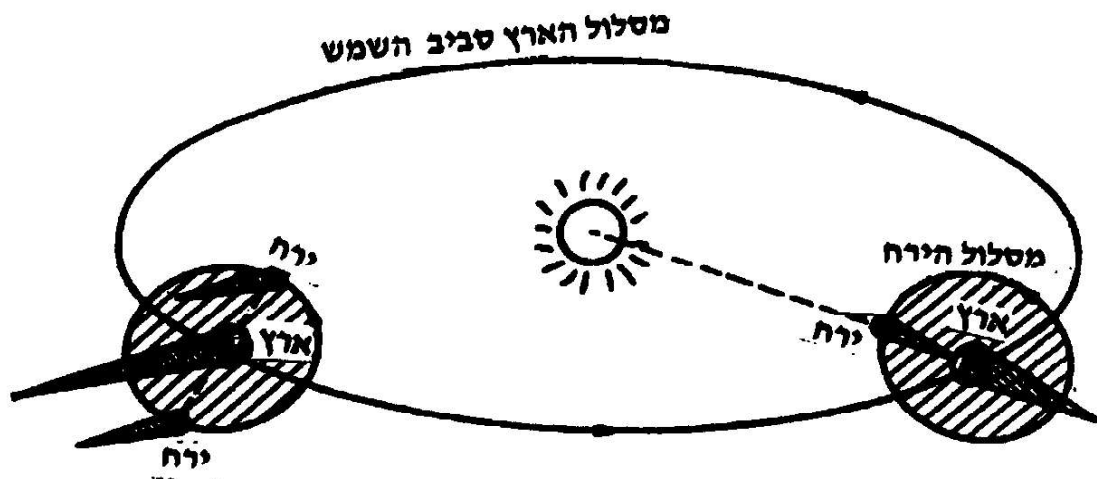
לחלק מן הצבור נתפס המולד פירח החדש, הנראה בתחילת החודש - החרמש הצר שבפאתי מערב. לכן, לגביהם, הרגע שבו נראה הירח החדש לראשונה לעין, הרגע שבו הוא "נולד", הוא זמן המולד. אחרים אינם

מבחינים כלל בין המולד המוכרז בבית-הכנסת ב"שבת מברכיך", לבין הארוע האסטרונומי של הלבנה המתחדשת, שהם מזהים אותו עם המולד המוכרז. תפיסות אלה, כמובן, אינן נכונות. "המולד", זה הרשום בלוחות השנה, איננו רגע הַקָּאוֹת הירח לעין בתחילת החודש. כמו כן המולד המוכרז ב"שבת מברכיך" איננו המולד האסטרונומי, נושא דיוננו בעיקרו. מה הקשר ביניהם? זו מטרת המאמר.

הדברים נכתבים, ביסודם, לְיודעים את ההגדרות הנכונות של המולד לסוגיו, אך כדי לסייע גם לאלו שחסרה להם ידיעה זו, נפתח בהסבר יסודי על מהות המולד ונגזרותיו.

תנועת הירח, מולד וניגוד - מבט מחוץ למערכת שמש-ארץ-ירח.

הכל יודעים שהירח מקיף אותנו, הקפה אחת בחודש. מופך הוא התרשים הנפוץ של הירח, המקיף את הארץ במסלול מעגלי או סגלגל ושניהם מקיפים את השמש (תרשים 1). באמצעות תרשים זה מקובל להסביר את המצבים של ליקויי חמה ולבנה, מולד, ירח במילואו וכו'.

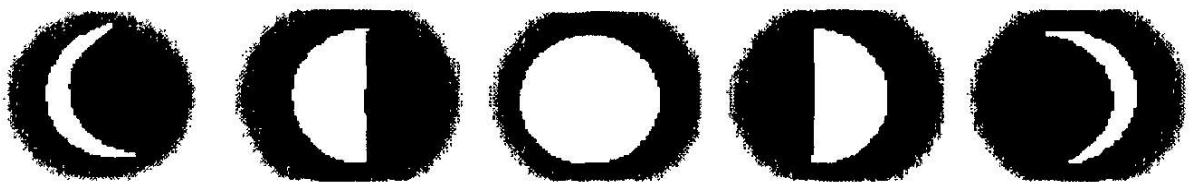


תרשים 1.
המערכת שמש-ארץ-ירח.

אך כל זה ממבטו של המסתכל על המערכת שמש-ארץ-ירח מבחוץ. זאת התמונה הקוסמית. אך איך נראה הדבר לעינינו, הנמצאים על כדור הארץ? הרי איננו יכולים להתבונן במערכת זו באופן בו אנו מסתכלים על הציור שלה: אנו רואים את כדור-הארץ מתחתנו, גדול ויציב, כאשר בכפת-השמים שמעלינו נעים שני גופים קטנים למראה - השמש והירח - במסלולים שלהם. כיצד נראים כאן, מולד, ליקויים וכדומה בכיפת השמים שמעלינו?

המראות המופרים לנו בשמים.

נתחיל ממה שידוע ומוכר לכל אחד מחיי יום יום (תרשים 2): הירח "משנה צורתו" במשך החודש. בתחילת החודש הוא קטן ודקיק, והולך ומתרחב מיום ליום. ברבע החודש - באחד מימי ו' עד ח' בו - הוא מגיע לכדי חצי-עיגול. רגע זה נקרא "רביע ראשון" (של החודש).



ירח דקיק
בסוף
החודש

רביע
אחרון

ירח מלא
(ניגוד)
באמצע
החודש

רביע
ראשון

ירח דקיק
בתחילת
החודש

הירח ממשיך להתמלא ובמחצית החודש, בי"ד או ט"ו בו, הוא מקבל צורת עיגול שלם. זהו רגע "הניגוד", או "הירח המלא". מכאן ואילך הולך הירח ומתמעט. בשלושת-רבעי החודש, בכ"ב או כ"ג בו, הוא מגיע שוב לכמחצית-העיגול, הפעם כשצידו הקמור בכיוון הפוך לזה שברביע הראשון. זהו רגע "הרביע האחרון" של החודש. הירח ממשיך להתמעט עד לכדי חרמש דקיק לקראת סוף החודש. אז הוא נעלם ליומיים, בערך, ומופיע שוב, קטן ודק, בתחילת החודש, והמחזור מתחיל מחדש.

אלו הם "מראות בשמים" שכל אחד, גם מי שלא מתבונן בהם במיוחד, מבחין בהם.

מראות אלו מופרים לכל. מה שאיננו ידוע כל כך, הן התשובות לשאלות הבאות:

- היכן, ברקיע, נראה את צורות הירח שהוזכרו? לאן, לדוגמא, עלינו להסתכל, ובאילו שעות, כדי לראות את הירח, כעבור - למשל - עשרה ימים מתחילת החודש? ומתי נראה את הרבע האחרון של הירח בחלק האחרון של החודש? בשעת לילה מוקדמת? בסביבת חצות הלילה? טרם שחר? והיכן נראה אותו? במזרח? בדרום?

שכן, לדוגמא:

- הירח הדקיק בתחילת החודש נראה - למי ששם לב לכך - רק במערב¹ הרקיע ומאיר שם רק כשעה שעתיים אחרי שקיעת השמש. לאחר מכן הוא שוקע ושוב אינו נראה עד למחרת.

1. מאמר זה, בפרטיו הנוגעים לאופק הצופה וכפת השמים שמעליו, מתייחס לחצי הצפוני של כדור הארץ.

- הירח המלא באמצע החודש, נראה אחרי שקיעת-השמש במזרח הרקיע ונשאר כל הלילה בשמים, במהלכו מערבה, עד לשקיעתו בבוקר במערב.

- בימים מסוימים בחודש, בשעות מסוימות ביממה, נמצא הירח בשמים בנוכחות השמש, הזורחת בפינה אחרת של השמים. בזמנים אחרים, לעומת זה, כל אחד מהם "מוֹלֵךְ" לבדו ברקיע.

מהו, אפוא, מחזור הירח, בהתחשב גם בשני נתונים אלה - מקומו וזמן הופעתו של הירח ברקיע, בכל אחד מימי החודש - ולא רק מהו עוביו ומהי צורתו. נבדוק גם:

- מהו מרחק הירח מהשמש, על פני כיפת השמים, במשך החודש? שכן זהו נתון חשוב מאד להבנת מצבי-הירח, במיוחד להבנת המולד.

כדי לעקוב אחרי תנועת הירח - היומית והחודשית - בבהירות, מבלי להסתבך, יש לדעת, קודם כל, כי לגבי גרמי השמים - שמש, ירח וכוכבים - אנו צופים, בעצם, בשתי תנועות משולבות - תנועה יומית ותנועה תקופתית - וכדאי להתבונן בכל אחת מהן בנפרד.

1) התנועה היומית של גרמי השמים (כולל השמש והירח):

כדור-הארץ מסתובב סביב צירו, עם כל אשר עליו, ממערב למזרח. מכיון שאנו עצמנו נמצאים על פני כדור הארץ, אנו רואים את כפת השמים כולה סובבת סביבנו במגמה הפוכה. לכן השמש והירח נעים לגבינו, בתנועתם

היומית, ממזרח למערב: הם זורחים במזרח, צוהרים² מעלינו בדרום ואח"כ שוקעים במערב, בזה אחר זה, לפי הסדר שבו הם נמצאים בכיפת השמים. תנועה זו היא מהירה יחסית - הקפה מלאה ב-24 שעות - דהיינו כ-15 מעלות לשעה. ואכן עם שחר אנו רואים את השמש זורחת בקצה מזרח וכעבור שעות אחדות היא נמצאת כבר גבוה בשמים, צוהרת מעלינו, וכבר היא בדרכה לשקוע במערב. כך גם לגבי הירח: הוא זורח במזרח, צוהר בדרום ושוקע במערב, אלא שבזריחתו אין אנו מבחינים כל כך: היא אינה מרשימה כמו זו של השמש, ההופכת בזריחתה את הלילה ליום: זריחת הירח "צנועה" יותר ופחות מושכת תשומת לב. יתר על כן - היא עשויה להתרחש בכל זמן שהוא, בלילה או ביום. מכל מקום, מי שעוקב אחרי תנועת הירח, יראה שגם הוא עולה מן המזרח, מסתובב עם כפת-השמים ושוקע במערב. קל להוכיח בדבר בליל ירח מלא, בט"ו לחודש, כי שעת זריחת-הירח ביום זה היא בערב או בתחילת הלילה. הוא נוכח כל הלילה לבדו בשמים ובסוף הלילה שוקע במערב.

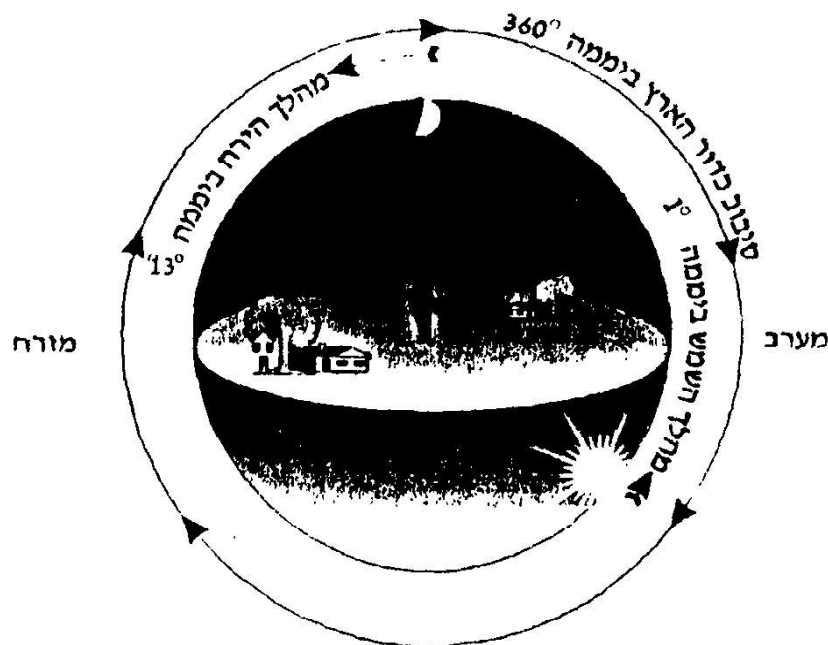
(2) התנועה התקופתית של השמש והירח:

פרט לסיבוב זה, עם כיפת השמים, נעים השמש והירח בתנועה עצמית, על פני כיפת השמים. כלומר הם זוחלים על רקע הכוכבים, כל אחד בקצב שלו. תנועה זו היא ממערב למזרח, כלומר בכיוון הפוך לתנועתם היומית עם הכפה. במלים אחרות: הם כאילו "מסרבים" לנוע מערבה וחוזרים לאחוריהם, מזרחה, כל אחד מהם בקצב שלו. השמש נעה, במגמה זו, לאט מאד, כמעלה אחת ביממה (רמב"ם, קדה"ח, פרק י"ב). זהו מרחק זויתי קטן מאד ולא נבחין בו

2. צהירה - מעבר הגרם השמימי (שמש, ירח, כוכב) דרך המרידיאן המקומי של הצופה, כלומר דרך המעגל העובר, על פני השמים, דרך כוכב-הצפון והזנית של הצופה. בזמן הצהירה נמצא הגרם השמימי, באופק הצופה, בשיא גובהו במסלולו היומי. הוא נמצא אז בדיוק בדרום.

בפרק-זמן של ימים אחדים (נוסף, כמובן, לאי-האפשרות להבחין במיקום השמש בין הכוכבים בגלל טבעה - בנוכחותה נעלמים הכוכבים מסביבה!). הירח נע הרבה יותר מהר בתנועתו העצמית וחוזר לאחוריו כ- 13 מעלות ביממה. זוהי קשת גדולה למדי, כך שתנועת הירח אמנם אינה מורגשת בהסתכלות בו, אפילו במשך כמה שעות, אך מורגשת היטב מיום ליום. כלומר אם נתבונן בירח בזמן שעשינו זאת אתמול, למשל, נראה בברור כי הוא נמצא כ- 13 מעלות מזרחה יותר מאתמול, שבתחילת החודש פירושן: גבוה יותר, בכיפת השמים. תנועת הירח ביחס לשמש היא 12 מעלות: הירח נע כ- 13 מעלות מזרחה, אולם גם השמש נעה כמעלה אחת; יוצא שהירח מתרחק מהשמש ב- 12 מעלות = 1 - 13.

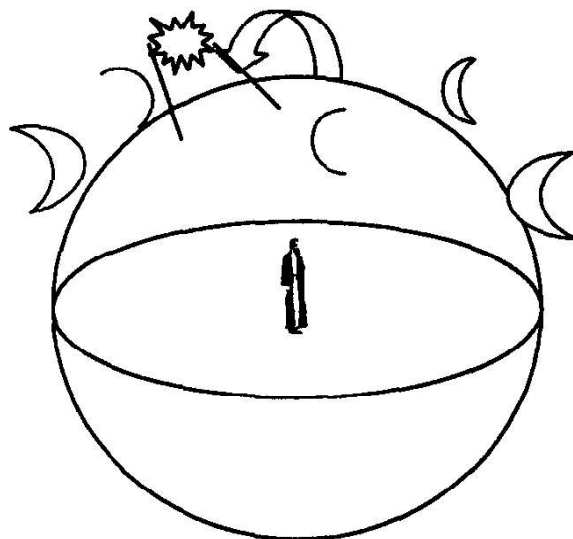
בתרשים 3 נראים יחסי התנועות של השמש והירח, במהלכם העצמי ממערב למזרח, במשך יממה, בה סובב כדור הארץ על צירו 360° .



תרשים 3: יחסי-התנועות של השמש, הירח וסיבוב כדור הארץ במשך יממה. החצים מציינים את מגמות התנועה

מסלול הירח במשך החודש - מולד וניגוד.

ענייננו הוא ב"מפגש" השמש והירח במהלכם העצמי בכיפת השמים. להתבוננות בהירה ולעיקוב מדויק במהלך זה, "נפריד" בין תנועת השמש והירח במהלכם העצמי לבין סיבוב כדור הארץ על צירו - סיבת חילופי היום והלילה - ו"נקפיא" את האחרון למשך חודש ימים. בתקופה זו יקיף הירח את כדור הארץ הקפה מלאה אחת, בקצב של 13° ליום. אותו זמן תנוע השמש במהלכה השנתי (שהוא כ- 1° ליום) למזרח, ותתקדם במהלכה כ- 30° . זוהי קשת לא גדולה, יחסית למהלכו העצמי של הירח. נקצה אפוא קשת כזו על כיפת השמים שמעלינו, נניח בין 130° ל- 160° מעל לאופק שלנו (בחירה שרירותית, תרשים 4). במשך חודש "ההקפאה" לא תצא השמש מתחום זה ואילו הירח יספיק לעשות הקפה מלאה סביב כדור הארץ.



מזרח

מערב

תרשים 4: מהלך הירח בשמים בחודש שבו סיבוב כדור הארץ "מוקפא".
החץ מראה את כיוון הקפת הירח

כל עוד הירח אינו נכנס לתחום הילת השמש, הוא עדיין מחזיר אור, בכמות פוחתת והולכת, עם התקרבו לשמש. ברגע ההתקרבות המרבית לשמש, אור הירח המוחזר אלינו מזערי. זהו רגע המולד. עם התרחקו מהשמש מחזיר הירח אור בכמות קטנה שאינה מורגשת, בגלל הילת השמש. רק בצאתו מההילה אנו מבחינים בו, חיזור ודקיק. זוהי ראית הירח הראשונה, שעל פיה קודש החודש בימי קדם. הירח הדקיק שלפני הכניסה לתחום אזור השמש, הוא הירח הישן האחרון, הנראה.

נתחיל את מהלכו העצמי של הירח מקצה האופק שלנו, במערב. הירח הוא אז ברביע האחרון של הקפתו את הארץ ונראה בברור, שהרי שעת-יום עכשיו (השמש ברקיע!). אולם בל נשכח, הוא אינו עומד לשקוע (כשהשמש אחריו), שהרי הקפאנו את תנועת כיפת השמים: רק מהלכיהם העצמיים של שני הגופים ממערב למזרח, מתרחשים. בתוך יממה יתקדם הירח בכיוון החץ ויתקרב יותר לשמש. זו תתרחק ממנו ביממה זו - בתוך תחום השמש בחודש המוקפא - מעלה אחת בסך הכל.³ מרחק הירח מהשמש יקטן אפוא ב-12°, בערך, ביחס לרגע תחילת המעקב.

חרמש הירח בסוף יממה זו יהיה דק יותר, שהרי הוא התקרב לשמש, וזוית-ההחזרה של אור השמש אלינו קטנה. לכן יחזיר הירח אלינו פחות אור - רוב האור מוחזר מאתנו והלאה, ולא לכיוון הארץ. ביום הבא יפחת מרחק הירח מהשמש שוב ב-12°, ועזביו יקטן עוד יותר. בימים הבאים ימשיך תהליך זה, הירח יהיה דק יותר ויותר ויחזיר פחות ופחות אור. אבל יותר מכך, בנוסף להפחתת האור המוחזר, יקשה עלינו להבחין בירח הדקיק גם בגלל סיבה נוספת: הילת השמש, שמסביבה, המסנוורת אותנו, תפריע לנו לקלוט את כמות האור הזעירה, המוחזרת אלינו. השפעת ההילה קיימת

3. ההתקדמות היומית של השמש באזור שלה, בתקופת החודש המוקפא, לא תצוין בתרשים ואין לה חשיבות בתאור כניסת הירח לאזור השמש.

במרחק של כ-12° משני צדי השמש עצמה. בעצם, ככל שהירח מתקרב יותר לשמש בתחום ההילה, מתמעטת החזרת האור ובד בבד גובר הסנוור. תהליך זה מגיע לשיאו ברגע קרבתו המרבית של הירח לשמש. ברגע זה, החזרת האור מהירח אלינו היא מזערית - סיבה מספיקה לא להבחין בו כלל, שכן "עוביר" קרוב לאפס, אבל נוסף לזה גם אפשרות-הראיה שלנו אפסית, כי סנוור השמש אז, מרבי. זהו רגע המולד⁴.

כאמור, ראיית הירח קשה - אם היא אפשרית בכלל - גם שעות רבות לפני המולד, כשהירח בתחום הילת השמש, בגלל החזרת האור המועטת והסנוור הרב. ישנו עניין מסוים לדעת מתי ניתן עדיין לראות את הירח הדקיק האחרון לפני המולד (נראה בתרשים), בטרם לא נוכל לראותו כלל.

אחרי המולד, עם התרחקות הירח מאזור הילת השמש, הוא שוב מחזיר יותר אור והחרמש הדקיק שלו מתגלה לעינינו. צידו הקמור יפנה עתה אל השמש שהוא עבר על פניה. זהו הירח החדש, עליו אנו מברכים ברכת הלבנה. בזמן הקדום היתה חשובה ראייתו המוקדמת ביותר, האפשרית, ועדים יצאו במיוחד לצפות בו. כשהם ראוהו והעידו על כך בפני בית הדין, קידשו בית הדין את החודש. חישוב זמן הראיה הראשונה, האפשרית, הוא עניין מורכב כשלעצמו.

נתקדם אפוא במהלך הירח בחודש "המוקפא". עם התרחקותו מהשמש, הולך הירח וגדל. במחצית החודש כשהוא ממול השמש הוא מתמלא. הרגע המדויק שבו מגיע הירח למירב גודלו, כשהוא מלא, הוא רגע הניגוד. כמו רגע המולד, קשה להבחין בדיוק ברגע הניגוד, שכן הירח נראה במילואו במשך שעות רבות לפניו ואחריו, אך זהו רגע חשוב, כפי שנראה להלן.

4. או בכינויו האחרים: מולד אמיתי, קיבוץ (רמב"ם, הל' קדה"ח פרק ו'), התקבצות וכד'.

המחצית השניה של החודש "המוקפא" - החלק הלילי שלו, מבחינת הצופה - לא תתואר בתרשים, אך קל לדמיין את התגברות החזר-האור מהירח, עד להתמלאותו והמשך עד לסיום החודש.

עם התקדמות הירח אחרי הניגוד הוא פוחת והולך, עד לכניסתו שוב לאזור הילת השמש. אז, כזכור, הוא קטן מאד, עד לירח הישן האחרון, לפני היעלמותו מעינינו בקרבת המולד הבא.

מובן מאליו שתאור מהלך הירח שהובא כאן - כשסיבוב הארץ על צירה "קפא" - איננו מציאותי ואף איננו שלם, שכן:

(א) מולד הירח, המפגש עם השמש, יכול להתרחש לאו דוקא במקום שבחרנו בתרשים (בין 130° ל- 160° באופק הצופה), אלא בכל נקודה במעגל ההקפה.

(ב) חילופי היום והלילה בזמן המסלול החודשי, שהקפאנו אותם לצורך ההסבר, אינם מציאותיים, כמובן. כיפת השמים ממשיכה להסתובב וחילופי יום ולילה ממשיכים להתרחש, יחד עם תנועות השמש והירח במסלולם. תודות לכך יכול המולד להתרחש בכל זמן שהוא ביממה. לכך יש השפעה על ראיית הירח הישן והחדש, כפי שיוסבר להלן, ויש להביאה בחשבון.

משום כך נכניס לתיאור מחזור-הקפת-ירח, שסיימנו זה עתה, גם את המרכיב "שהקפאנו": סיבוב הארץ על צירה ויום ולילה מתחלפים.

ראיית הירח

בתיאור הסטטי, שבו סיבוב כדור הארץ מוקפא, נוכחת השמש כל החודש בשמים והירח מתקרב לתוך ההילה הזוהרת שלה ומתרחק ממנה. ראינו אז כי ישנו מרחק מינימלי מן השמש, שבו הירח יוצא מאזור הסנוור וראייתו אפשרית. זהו "מרחק הראייה" ובמונחים של זמן - משך הזמן מרגע המולד ועד לראיה הראשונה של הירח - "זמן הראיה".

עתה נצרף גם את סיבוב כדור הארץ לתיאור הסטטי. מכיוון שכיפת השמים עם השמש והירח נמצאים בתנועה מתמדת נוכל להתבונן בהם בכל מצב שהוא. נבחר מצב שבו:

(1) הירח בתנועתו העצמית נמצא בקצה הילת השמש, אחרי המולד. זהו הירח החדש.

(2) מצב כיפת השמים (סיבוב כדור הארץ): השמש שקעה זה עתה ונעלמה באופק המערבי, היא וההילה שלה. השמים בדמדומי ערב.

האם במצב זה, שבו נעלם גורם-הסנוור המפריע לראיית הירח הדקיק, החדש, נוכל להקדים לראותו? מסתבר שכן: לגורם הסנוור של השמש יש משקל רב באפשרות הראיה ועתה, כשהוא נעלם, היא תלויה כולה במידת החזרת האור, של הירח החדש, בלבד. כל כמות אור המוחזרת ע"י הירח תראה בבהירות רבה בהרבה, תודות לדמדומי הערב. פירושו של דבר, שהירח החדש יראה מוקדם יותר, בתנאי-הראיה "המשוחררים" מהחמה והילתה ובאפלולית ההולכת וגדלה. ראייה בתנאים אלה ניתנת להערכה, ואכן התוכנים מחשבים את התנאים בהם, ראית הירח החדש אפשרית: "קיצו הראיה" בלשון הרמב"ם (קדה"ח, פרק י"ז, הל' ט"ז). מובן מאליו שגורמים חשובים בתנאים אלה הם:

(1) מצבם ההדדי של שני הגופים - מהו מרחק הירח מהשמש בזמן התצפית, אחרי המולד? האם הוא כבר רחוק דיו ממנה ומהשפעות

אורה? שאלה זו ניתנת, בעצם, לניסוח אחר: מהו הזמן שחלף מרגע המולד עד רגע התצפית? האם הספיקה כיפת השמים, אחרי המולד, להסתובב עד למצב בו ניתן להבחין בירח שנפרד מהשמש, סמוך אחרי שקיעת השמש, או שמשך הסיבוב קצר מדי ושני הגופים ישקעו מבלי שנוכל להבחין בירח?

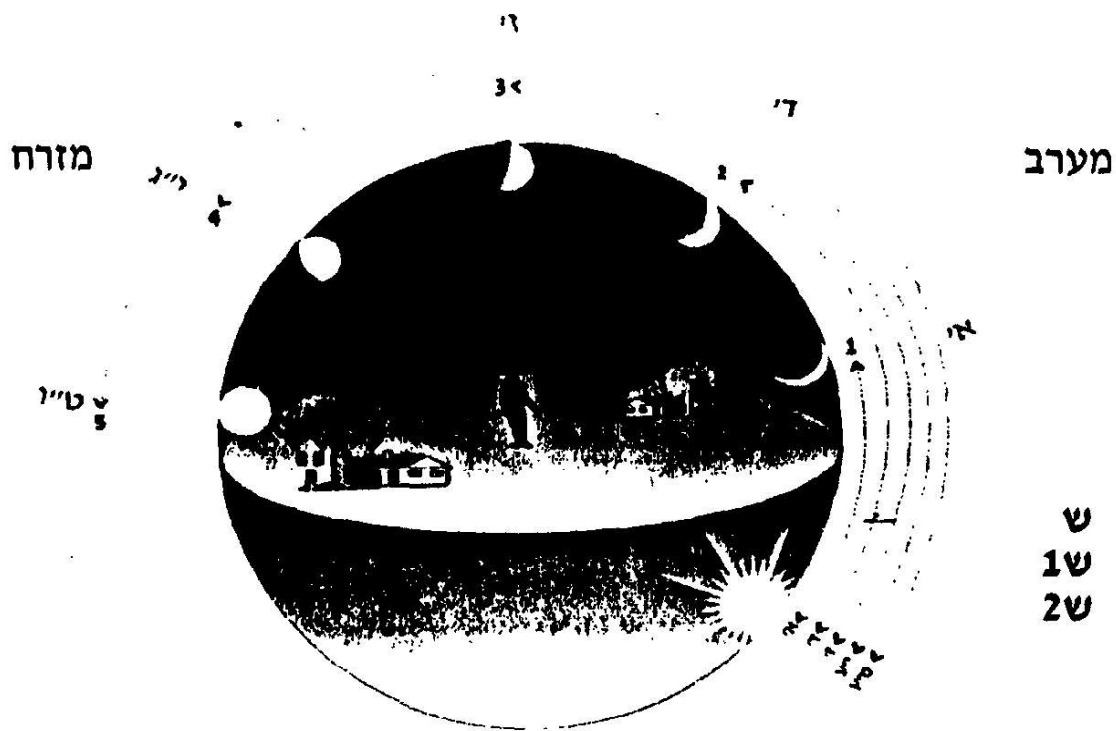
(2) שאלה נוספת נוגעת לכיוון שקיעת שני הגופים, אך לא ניכנס כאן להסבר נושא זה ולשיטות-החישוב השונות.

חישוב "קיצו הראיה" הוא, בעצם, קביעת קריטריונים, המנבאים תחומי-אפשרות של (1) ראייה ודאית, (2) אי-ראיה ודאית ו- (3) ראייה מסופקת.

כיצד יראה עכשיו, בתנאים מציאותיים, מהלך הירח במשך החודש, כשאנו עוקבים אחריו בשעות הערב?

נזכור כי כל מה שעשינו ב"הקפאת" התנועה היומית של כיפת השמים היה המחשת התקרבות הירח לשמש, מיעוט אורו המוחזר, מולד, ושוב התרחקות הירח ממנה.

במצב "מוקפא" מדומה זה, של השמש, אין ראית הירח אפשרית אלא ביציאה גמורה שלו מהילת השמש, כשהוא נמצא עדיין באור יום. אולם במציאות, מסתובבת כיפת השמים סביבנו פעם ביממה, בכל אותה עת שבו מתקדם הירח במהלכו החודשי. כך אפשרי, כמו שראינו, מצב שבו השמש ששקעה כבר, נמצאת מתחת לאופק בנקודה ש (תרשים 5) ואורה כמעט נעלם ואילו הירח הוא אחרי המולד ומרוחק מספיק מהשמש, כך שעם שקיעתה יהיה הירח עדיין גבוה מעל לאופק בטרם שקיעתו הוא ויראה לנו דקיה וחיוור. בקרבת האופק המערבי.



תרשים 5 - מסלול-הירח במחצית הראשונה של החודש (מבט מצפון)

בניגוד לתרשים 4, בו כיפת השמים היתה מוקפאת ורק הירח והשמש נעו בה, הרי עכשיו, בתרשים 5, נעה כיפת השמים. לכן אם נמתין כעת כמחצית השעה, ישקע גם הירח מתחת לאופק ואילו השמש תהיה כבר עמוקה יתר, במקום ש1.

כעבור יממה נמתין לשמש שתגיע שוב לאותו מקום, ש (למעשה, מעלה אחת אחורה, בגלל תנועתה העצמית), אולם הירח, שבהתמדה נע מזרחה, יהיה עתה גבוה יותר בשמים, מלא יותר, ובשקיעתו תהיה כבר השמש במקום ש2, וכן הלאה בימים הבאים. הירח יתרחק מדי יום, יתמלא יותר ויישאר יותר זמן ברקיע, עד שביום ט"ו לחודש יהיה הירח במזרח, במילואו, סמוך לשקיעת השמש. הוא ינוע אז מערבה, עם כיפת השמים, כל הלילה. אותה עת תנוע השמש ממקום שקיעתה מתחת לאופק, כל הלילה, עד לזריחתה בבוקר. היממה תהיה אז מוארת, מחציתה ביום ע"י השמש ומחציתה בלילה ע"י הירח. הם "מחלקים ביניהם" את היממה ומשלימים זה את זה. מצב זה נקרא בתלמוד "סיהרא דמשלים ליומא" (ראש השנה כ"א, ע"א). הירח נמצא אז בניגוד.

במחצית החודש השניה תהיה התמונה הפוכה: עם זריחת השמש במזרח, יהיה כבר הירח המתמעט בשמים, בדרכו לשקוע. הוא יקדים בכך את השמש, שתשקע שעות ספורות אחריו.

כדאי לשים לב לתקופה זו - הרביע השלישי של החודש - שבו הירח מתמעט. כלומר, החל ממחצית החודש ועד כניסתו לרביע האחרון שלו: אז נראים בשמים ביום, בשעות לפני הצהרים, השמש והירח כאחד ואפשר להתבונן בשניהם באותו זמן. דבר זה לא ניתן בדרך כלל בחלקי החודש האחרים, אם בגלל העדרו של אחד המאורות מכפת השמים, או - כאשר שני הגופים נמצאים שם - בגלל אורה החזק של השמש, המסנוורת את עיני המסתכל. שכן ברוב החודש, אם נמצא הירח בשמים ביחד עם השמש, הוא קרוב מדי אליה. לא כן עכשיו, ברביע השלישי של החודש, הירח גדול ומרוחק מן השמש על פני כפת השמים.

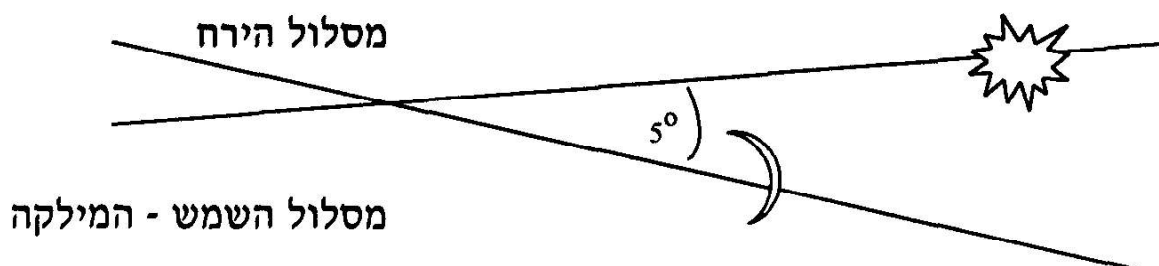
עקב תנועתו המהירה יחסית של הירח הוא יצמצם את המרווח המרבי בינו ובין השמש בימים שאחרי כן ויתקרב אליה מאחוריה. עם התקדמות הימים, יקטן המרחק ביניהם, תוך התמעטות הירח. עם הכניסה לרביע

האחרון, יתקרב הירח יותר לשמש וראייתו תקשה יותר ויותר, שכן חלקו המואר יקטן ובמקביל מסנוורת השמש את הצופה. מאחר שבתקופה זו מקדים הירח את השמש בתנועתם היומית של שני הגופים מערבה, הרי שהוא יזרח בבקרים לפניו ונראה אז כחרמש דק שקימורו מופנה מזרחה, כלפי השמש העומדת לעלות. כך, כל עוד החשכה שולטת. כאשר השמש תזרח, יעלם הירח מעינינו. זוהי בעצם התמונה ההפוכה של מהלך הירח אחרי המולד – החושך והדמדומים מאפשרים את ראיית הירח הדקיק. הפעם – הירח הישן. יום-יומיים לפני צמצום מרבי של המרחק בין השמש לירח, כבר אי אפשר להבחין בירח. אולם ברור שבאותו זמן הירח נמצא שם, על פני כיפת השמים, בקרבת השמש. לקראת סיום הרביעי הרביעי של החודש, הולך המרחק ביניהם ומצטמצם. הרגע שבו הירח קרוב ביותר לשמש, על פני כיפת השמים, הוא, שוב, רגע המולד.

מולד, ניגוד וליקויים

שאלה: מדוע, בעת המולד, אין הירח מסתיר את השמש מעינינו? הלוא הוא עובר ממש בסמוך לה?

תשובה: משום שמסלול הירח אינו מתלכד עם מסלול השמש - המילקה - במישור אחד, אלא "חותך" אותו, אומנם בזווית קטנה ביניהם, 5° , אך בדרך כלל אין השמש והירח מתקרבים במסלולם לנקודת החיתוך (תרשים 6) והירח עובר - במירב התקרבותם - מעל או מתחת לשמש, אך בריחוק ממנה. אכן לפעמים עובר הירח בקרבת השמש ומסתיר אותה, כולה או חלקה מעינינו. מתרחש אז ליקוי חמה ואנו יודעים, כמובן, שאותה עת מתרחש המולד, אך זה אינו המקרה התדיר.



תרשים 6: חיתוך מסלול הירח ע"י המילקה

בזמן ליקוי-חמה, המולד איננו נסתר, אפוא, מעינינו וזמנו ניתן לקביעה בלתי אמצעית, ללא צורך בחישוב. לעובדה זו חשיבות רבה, כפי שנראה להלן. כיצד נעשה הדבר? זמני התחלת וסוף ליקוי-החמה ניתנים לקביעה (בדיוק סביר). מחצית פרק-הזמן שבין שתי נקודות-זמן אלה, הוא רגע המולד. הדבר נכון גם לליקוי חלקי: ניתן, בדיוק סביר, לקבוע את זמני התחלת וסוף הליקוי. אמצע פרק הזמן שעבר ביניהם, הוא רגע המולד.

גם לגבי ניגוד הלבנה, הרגע בו היא בשיא מילואה, וקביעת זמנו המדויק, דומים הדברים: אמנם שלא כמו במולד, שבו אין אנו מבחינים כלל בלבנה, הרי בזמן הניגוד אנחנו רואים אמנם את הלבנה במילואה, השמש אינה מפריעה והכל טוב ויפה, אולם את רגע השיא של ההתמלאות, רגע הניגוד, איננו יכולים לקבוע בפועל, שכן במשך פרק זמן ארוך (שעות, לפחות), לפני ואחרי הניגוד, אנו רואים את הלבנה עגולה ושלמה, ללא יכולת להבחין בפגימה. והלא קביעת זמנו המדויק של רגע הניגוד היא מטרתנו! אך גם כאן, בדומה למולד, מתרחש בזמן הניגוד ליקוי לבנה, וזהו סימן היכר לכך, שבאותו זמן חל ניגוד, שכן אין ליקוי לבנה שלא בניגוד. גם כאן, בדומה לליקוי-החמה במולד, רגע ההתמלאות של הלבנה, רגע הניגוד, הוא אמצעו

של ליקוי הלבנה, כלומר עלינו לקחת זמני ההתחלה והסוף של ליקוי-הלבנה ולחשב בעזרתם את זמן אמצע הליקוי.

מתי חל רגע המולד כשהוא אינו מלווה בליקוי-חמה או רגע הניגוד כשהוא אינו מלווה בליקוי לבנה?

נראה שע"י תצפית ישירה אין, ואולי גם לא תהיה אף פעם, דרך להבחין בכך אף לא במכשיר משוכלל כלשהו. ניתן רק לקבוע רגעים אלו בדרך של חישוב, ללא תצפית, מתוך ידיעת מקום הירח במסלולו בכל זמן נתון. כיצד זה נעשה בעבר ובהווה? נראה שבעבר נעשה הדבר בשיטת הביון (אינטרפולציה בלע"ז): מתוך ידיעה, ע"י תצפית, של מקום הירח במסלולו, בזמנים שונים, ניתן לקבוע בשיטה זו גם המקום והזמן בחלקים סמויים במסלולו, כולל זמן ומקום קרבתו המרבית אל השמש (מולד) והזמן והמקום המדויק בו הוא מתמלא (ניגוד).

כיום נעשה הדבר באמצעות שיטות מתמטיות לחישוב מדויק של תנועת הירח, המבוססות על מודלים של המכניקה השמימית (Celestial mechanics). שיטות אלו פותחו כבר במאות הקודמות והן הולכות ומשתכללות גם בימינו. שימוש בהן יעשה גם במאמר זה, אך יובאו התוצאות בלבד. לא תפורט דרך החישוב.

מדת החודש הממוצע

לשם מה נחוץ לדעת את רגע המולד? נראה כי כשלעצמה אין לידיעה זו חשיבות שכן בזמן קידוש החודש עפ"י הראייה רק הראייה עצמה חשובה⁵

5. אם כי לשם חקירת העדים ובדיקת אמינותם דרוש לדעת את רגע המולד, הקובע לגבי אפשרות הראייה, אך אין זה משום חשיבותו של רגע המולד עצמו.

ואילו בזמננו אין רגע המולד נחוץ כלל לקביעת החודש (אף לא מולדו של חודש תשרי, שכן אנו דנים כאן במולד האסטרונומי. מולד תשרי הקובע את השנה בלוחנו התמידי הוא מולד ממוצע, מחושב - מולד-הלוח).

ידיעת רגע המולד דרושה לצורך שאלה חשובה במיוחד, הקשורה בו: מהו משך הזמן של החודש הירחי? כלומר מהו הזמן העובר בין מולד למולד⁶ ?

עוד בימי קדם היה ידוע שזמן זה אינו קבוע. וכבר כתבו על כך חכמינו "פעמים שבא בארוכה ופעמים שבא בקצרה" (ראש השנה כה ע"א) או: "אין חדושה של לבנה פחותה מעשרים ותשעה יום ומחצה ושני שלישי שעה וע"ג חלקים" (שם) - מלשונות אלה משתמע שזמן מהלך הירח במסלולו, בהקפה אחת, אינו קבוע.

אכן, גבולות - עליון ותחתון - יש למהלך הירח וקל לקבוע אותם: החודש הירחי - הזמן שבין מולד למולד ובין ירח מלא למשנהו - אינו חורג מהתחום 29 - 30 יום. זה ניתן בנקל לקבוע בתצפית. אך מהו הזמן המדויק שבין מולד למולד? מהי מידת החודש הירחי?

ברור שללא ידיעה מדויקת של זמני המולדות שמשני עברי החודש הירחי, לא ניתן לקבוע את מידתו במדויק ומכיוון שבאמצעים מצויים אי אפשר לקבוע את זמנו המדויק של מולד בודד, הרי לא נוכל לדעת בדרך זו את אורכו של חודש ירחי בודד (שנכנהו מכאן ואילך "חודש" סתם. ראה הערה 6).

האם אין דרך אחרת לקבוע את אורך החודש? יש, אך לא את ארכו של חודש בודד אלא את ארכו המדויק של חודש ממוצע: ניתן לקבוע בדיוק רב את זמנם של שני מולדות מרוחקים זה מזה. פרק הזמן שביניהם, מחולק במספר החדשים (שהוא מספר שלם!), הוא מידת החודש הממוצע. כך גם

6. בביטוי "חודש ירחי" נשתמש לציון פרק הזמן המדויק, בימים, שעות, דקות ושניות, שבין מולד למולד, להבדילו מ"חודש", סתם כשהכוונה שם היא מספר ימי החודש בלבד. רק כשיהיה ברור שכוונתנו ב"חודש" היא פרק הזמן המדויק שבין מולד למולד, נקצר ונשתמש במונח "חודש".

לגבי ניגודים - אם נדע את זמנם של שני ניגודים מרוחקים, הרי יש בידנו מספר שלם של חדשים ממוצעים.

אך מהיכן נקח את זמניהם של מולדות (או ניגודים) מרוחקים?

יש דרך: כבר ראינו כי מולד מלווה לפעמים בליקוי חמה וניגוד בליקוי לבנה. אפשר לכן לקחת את זמניהם של שני ליקויי-חמה, או ליקויי-לבנה, מרוחקים מאד זה מזה ולחלק את פרק הזמן שביניהם במספר חדשי-הירח שעברו! דבר זה ניתן לעשות, אלא שליקויי-חמה מלאים נראים במקומות מיוחדים ואינם חוזרים בדרך כלל באותו מקום, משום כך הם פחות מתאימים למטרה זו, אבל גם ליקויי-חמה חלקיים מספיקים, כפי שראינו לעיל, לקביעת רגע המולד. לעומתם, ליקויי לבנה נראים בחלקים גדולים של כדור הארץ ותצפית בשני ליקויים כאלה, שנראו באותו מקום, אינה בעיה מיוחדת. חילוק פרק הזמן שבין שני זמנים כאלה, במספר חדשי-הירח שעברו בפרק-זמן זה, נותנת את מידת החודש הממוצע.

כבר בימי קדם הצטברו במשך מאות שנים רישומים של ליקויים בארכיוני האסטרונומים. מאות שנים, פירושם אלפי מולדות וניגודים. נעשו אפוא כבר אז חישובים לקביעת מדת החודש הממוצע בדרך שהזכרנו, כלומר חילוק פרק הזמן שבין שני ליקויים, במספר החדשים שעברו ביניהם:

פרק-הזמן שבין שני ליקויי לבנה מרוחקים

= משך החודש הממוצע.

מספר החדשים שעברו ביניהם

משך החודש הממוצע הוא קבוע חשוב ויסודי, שכן בדיוקו תלויה התאמת חישובי הלוח לחודש המציאותי. התאמה זו חייבת להיות תקפה לשנים רבות - אחרת תגרום סטייה קלה מהערך הנכון להתרחקות מצטברת של מופעי-הירח המחושבים, מאלה שבמציאות.

לחישוב משך החודש הממוצע בשיטת הליקויים אנו זקוקים לסדרת ארועים אסטרונומיים - מולדות או ליקויים - וזמנם המדויק. מתוכם נבחר שני ארועים מרחקים ונחלק את הזמן שעבר ביניהם במספר החודשים שעברו. על פעולה זו נחזור מספר רב של פעמים ונראה לאיזה ערך מתכנסת התוצאה. אלא שכיום אין צורך לצפות בליקויים אמיתיים: ניתן לחשב את זמנו, בעבר או בעתיד, של כל ארוע אסטרונומי, למשל מולד או ניגוד, בדיוק רב, אפילו כשאינם מלווים בליקוי.

מידת החודש הממוצע בלוח העברי

מזה מאות שנים רבות נמצא ביסוד הלוח העברי הקבוע, משך חודש ממוצע שלא השתנה, כנראה, מאז ייסוד הלוח. נסמנו ב- m . ערכו:

$$m = 29.530594135 \text{ יום}$$

ערך זה עודף בפחות ממחצית השניה בלבד על הערך המקובל בין האסטרונומים בימינו (ראה להלן). אכן גם הפרש קטן זה מצטבר, במשך מאות רבות של שנים, לכדי שעתיים לערך. מכל מקום ערך זה, כאמור, מונח ביסוד הלוח העברי מאז "ניצב על רגליו" כלוח קבוע לדורות. דהיינו מזה

כ-1100 שנים לפחות (כלומר, גם לפי אלה שמאחרים את חתימת הלוח שלנו לשנת ד' ת"ר).

ערכו של m , המצויין לעיל, נקוב במקורותינו כ- 29 יום, 12 שעות ו- 793 חלקי תתר"ף (1080) של שעה, שיכוננו להלן "חלקים" סתם. ערך זה הוא גודל יסודי בבנין הלוח שלנו. החל ממולד בהר"ד - יום ב', 5 שעות ו-204 חלקים, שבו נפתח חשבון הלוח שלנו - משמש בו m כיחידת-הזמן הבסיסית. חודש (m) מצטרף לחודש ושנה⁷ לשנה עד למולד-הלוח בשנה רצויה.

חישוב מדת החודש הממוצע

האם מדידת משך החודש הממוצע ב"שיטת הליקויים המרוחקים" מובילה אכן ל- m או לקרבתו? כדי לענות על שאלה זו אין לנו כיום צורך לצפות בליקויים אמיתיים: כאמור לעיל, ישנם אמצעי חישוב משוכללים, שבאמצעותם ניתן לקבל נתונים על כל ארוע אסטרונומי בעבר ובעתיד, עד לדיוק גבוה למדי. בעזרתם נוכל לבצע דימוי של חישוב m ב"שיטת הליקויים המרוחקים". את החישוב נעשה בהשוואה לערך M , מידת החודש הממוצע האסטרונומי, המתאים לשנת 2000⁸:

$$M = 29.530588853 \text{ יום}$$

7. $12m$ או $13m$, תלוי אם השנה פשוטה או מעוברת..

8. ראה Meeus עמ' 319.

כלומר 29 יום, 12 שעות וכ- 792.9 חלקים. מידת חודש זו פחותה, אפוא, בכעשירית חלק או בחצי שניה (1 חלק = $3 \frac{1}{3}$ שניות) ממידת החודש העברי m .

אם נסמן ב- k_1, k_2 את מספרי המולדות המוקדם והמאוחר, בהתאמה, וב- T_1, T_2 , בהתאמה, את זמני התרחשותם, יהיה משך החודש הממוצע:

$$(2) \quad G = \frac{T_2(k_2) - T_1(k_1)}{k_2 - k_1}$$

הטבלאות הבאות מכילות תוצאות של סדרות-חישוב לבדיקת התכנסות G , בהם חישבנו את משך החודש הממוצע עפ"י מרווחי זמן $T_2 - T_1$ הולכים וגדלים, בדרך הבאה:

- (1) מספר המולד המוקדם יותר, k_1 , בכל זוג k_2, k_1 הוא תמיד $k_1=0$.
- (2) בכל סידרת חישובים נקבע מספר המולד המרבי k_{max} .
- (3) התחום $0 - k_{max}$ חולק ל-20 מרווחים, ונקבע $k_2 = N * k_{max} / 20$ כאשר $N=1,2,\dots,20$ בכל אחד מהמרווחים.
- (4) ערכים אלה, k_1 ו- k_2 , הוצבו בביטוי (2).
- (5) משך החודש הממוצע המחושב מתוך הפרשי הזמן בין המולדות השווה עם M וההפרש בשניות, $G - M$, מופיע בעמודה האחרונה בטבלה.
- (6) k_{max} הוגדל יותר ויותר, בסדרי גודל, והחישוב נעשה בכל פעם מחדש.

מכיון שבחרנו $k_1=0$ בכל החישובים, הרי שהביטוי (2) פשוט יותר כעת:

$$(3) \quad G = \frac{T_2 - T_1}{k_2}$$

הזמן T שבו השתמשנו נמדד ביחידות JD - יום יוליאני - המקובל באסטרונומיה. ייחודו של מדד-זמן זה הוא בפשטותו ובאחידותו לאורך כל תקופת זמן נמדדת. JD איננו מושפע מכל מיני שינויים הפוגעים ברציפות מדידת הזמן, כגון תיקון גרגוריוס ה-13 בשנת 1582. תיקון זה, כידוע, מצריך התייחסות מיוחדת לשנות-מאה בלוח הגרגוריאני המקובל והפחתת 10 ימים משנת 1582 עצמה. זה נחסך ב-JD. יתר על כן, JD נמנה בימים בלבד. אין בו שנים או חודשים. גם אין בו חלוקה לשעות ודקות - הם מתורגמים לחלקי יום ונכתבים אחרי הנקודה העשרונית כשבר עשרוני.

להלן מובאות טבלאות ההתכנסות שבהם k_{\max} הולך וגדל. מבנה הטבלאות:

בטור הראשון מופיע המספר הסידורי N , של המולד k_2 , בתוך המרווח $0 - k_{\max}$. בטור השני המולד k_2 ובשלישי - הזמן $T_2(k_2)$, שבו הוא חל. בטור הרביעי - הזמן שחלף מן המולד $k_1=0$ עד ל- k_2 . אחריו - משך החודש הממוצע המחושב, G , ובעמוד האחרון-ההפרש $G-M$, בשניות.

מספר סדורי	מספר המולד	יום יוליאני JD	הזמן שחלף מהמולד הראשון	חודש ממוצע מחושב	הפרש מהחודש הממוצע האסט
N	k_2	$T_2(k_2)$	$T_2 - T_1$	G	G - M
			(ימים)	(ימים)	(ימים)
1	5	2415168.1179	147.0402	29.4080395	-10588
2	10	2415316.0606	294.9830	29.4982988	-2790
3	15	2415464.0367	442.9590	29.5306009	1
4	20	2415610.8524	589.7747	29.4887349	-3616
5	25	2415759.3851	738.3074	29.5322958	147
6	30	2415906.7575	885.6799	29.5226626	-685
7	35	2416053.8427	1032.7651	29.5075731	-1989
8	40	2416202.5597	1181.4820	29.5370504	558
9	45	2416349.3270	1328.2493	29.5166516	-1204
10	50	2416497.1574	1476.0798	29.5215951	-777
11	55	2416645.3821	1624.3045	29.5328083	192
12	60	2416792.1504	1771.0728	29.5178792	-1098
13	65	2416940.4745	1919.3969	29.5291825	-122
14	70	2417088.0508	2066.9732	29.5281879	-207
15	75	2417235.2148	2214.1372	29.5218292	-757
16	80	2417383.4623	2362.3847	29.5298081	-67
17	85	2417530.8586	2509.7809	29.5268342	-324
18	90	2417678.2957	2657.2180	29.5246446	-514
19	95	2417826.3777	2805.3000	29.5294738	-96
20	100	2417973.8586	2952.7810	29.5278098	-240

טבלה מס' 1: התכנסות משך החודש האמיתי, המשתנה, לערך ממוצע G והשוואתו לערך M, החודש הממוצע האסטרונומי. $k_{\max} = 100$.

מספר סדורי	מספר המולד	יום יוליאני JD	הזמן שחלף מהמולד הראשון	חודש ממוצע מחושב	הפרש מהחודש הממוצע האסט
N	k_2	$T_2(k_2)$	$T_2 - T_1$	G	G - M
			(ימים)	(ימים)	(ימים)
1	50	2416497.1574	1476.0798	29.52159505	-777
2	100	2417973.8586	2952.7810	29.52780983	-240
3	150	2419450.7389	4429.6612	29.53107480	42
4	200	2420926.6651	5905.5874	29.52793702	-229
5	250	2422403.9554	7382.8777	29.53151079	80
6	300	2423879.8037	8858.7261	29.52908696	-130
7	350	2425356.7257	10335.6480	29.53042293	-14
8	400	2426833.2582	11812.1805	29.53045129	-12
9	450	2428309.3575	13288.2799	29.52951087	-93
10	500	2429786.5453	14765.4677	29.53093532	30
11	550	2431262.2083	16241.1307	29.52932850	-109
12	600	2432739.3813	17718.3036	29.53050605	-7
13	650	2434215.4799	19194.4023	29.52984962	-64
14	700	2435691.9759	20670.8982	29.52985459	-63
15	750	2437168.8860	22147.8083	29.53041112	-15
16	800	2438644.6906	23623.6130	29.52951623	-93
17	850	2440121.9644	25100.8867	29.53045495	-12
18	900	2441597.8394	26576.7617	29.52973527	-74
19	950	2443074.7156	28053.6379	29.53014518	-38
20	1000	2444551.3634	29530.2858	29.53028577	-26

טבלה מס' 2: התכנסות משך החודש האמיתי, המשתנה, לערך ממוצע G והשוואתו לערך M, החודש הממוצע האסטרונומי. $k_{\max} = 1000$.

מספר סדורי	מספר המולד	יום יוליאני JD	הזמן שחלף מהמולד הראשון	חודש ממוצע מחושב	הפרש מהחודש הממוצע האסט
N	k_2	$T_2(k_2)$	$T_2 - T_1$	G	G - M
			(ימים)	(ימים)	(ימים)
1	500	2429786.5453	14765.4677	29.53093532	30
2	1000	2444551.3634	29530.2858	29.53028577	-26
3	1500	2459316.6055	44295.5279	29.53035190	-20
4	2000	2474081.3604	59060.2828	29.53014138	-39
5	2500	2488847.0635	73825.9858	29.53039432	-17
6	3000	2503612.5168	88591.4391	29.53047970	-9
7	3500	2518378.1003	103357.0227	29.53057791	-1
8	4000	2533143.6142	118122.5366	29.53063415	4
9	4500	2547908.3988	132887.3212	29.53051582	-6
10	5000	2562673.6785	147652.6009	29.53052017	-6
11	5500	2577438.4573	162417.3796	29.53043266	-13
12	6000	2592204.0999	177183.0222	29.53050370	-7
13	6500	2606969.5939	191948.5162	29.53054096	-4
14	7000	2621735.1276	206714.0499	29.53057856	-1
15	7500	2636500.7159	221479.6383	29.53061844	3
16	8000	2651265.4677	236244.3901	29.53054876	-3
17	8500	2666030.7326	251009.6550	29.53054765	-4
18	9000	2680795.5260	265774.4483	29.53049426	-8
19	9500	2695561.1246	280540.0469	29.53053126	-5
20	10000	2710326.7036	295305.6259	29.53056259	-2

טבלה מס' 3: התכנסות משך החודש האמיתי, המשתנה, לערך ממוצע G והשוואתו לערך M, החודש הממוצע האסטרונומי. $k_{max} = 10000$.

מספר סדורי	מספר המולד	יום יוליאני JD	הזמן שחלף מהמולד הראשון	חודש ממוצע מחושב	הפרש מהחודש הממוצע האסט'
N	k_2	$T_2(k_2)$	$T_2 - T_1$	G	G - M
			(ימים)	(ימים)	(ימים)
1	5000	2562673.6785	147652.6009	29.53052017	-6
2	10000	2710326.7036	295305.6259	29.53056259	-2
3	15000	2857979.5925	442958.5148	29.53056765	-2
4	20000	3005632.2426	590611.1650	29.53055825	-3
5	25000	3153286.0830	738265.0053	29.53060021	1
6	30000	3300938.1339	885917.0563	29.53056854	-2
7	35000	3448591.6285	1033570.5508	29.53058717	0
8	40000	3596244.1652	1181223.0875	29.53057719	-1
9	45000	3743897.5221	1328876.4444	29.53058765	0
10	50000	3891550.6996	1476529.6219	29.53059244	0
11	55000	4039202.9319	1624181.8543	29.53057917	-1
12	60000	4186856.6836	1771835.6060	29.53059343	0
13	65000	4334509.1090	1919488.0313	29.53058510	0
14	70000	4482162.6808	2067141.6032	29.53059433	0
15	75000	4629815.2511	2214794.1735	29.53058898	0
16	80000	4777468.1152	2362447.0376	29.53058797	0
17	85000	4925121.8381	2510100.7604	29.53059718	1
18	90000	5072774.1256	2657753.0479	29.53058942	0
19	95000	5220427.7188	2805406.6411	29.53059622	1
20	100000	5368080.1288	2953059.0512	29.53059051	0

טבלה מס' 4: התכנסות משך החודש האמיתי, המשתנה, לערך ממוצע G והשוואתו לערך M, החודש הממוצע האסטרונומי. $k_{\max} = 100000$.

מהטבלאות רואים כי ההפרש $G - M$ הולך ומצטמצם עד שבערכים גבוהים של עשרות אלפי חודשים, שפירושם אלפי שנים, הולך מספר השניות ומצטמצם או נעלם.

הראינו אפוא שהחודש הירחי, המשתנה, מתכנס לממוצע M , הקרוב כבחצי שניה לערך m , שהוא כ"ט יום, י"ב שעות ותשצ"ג חלקים, שביסוד הלוח העברי.

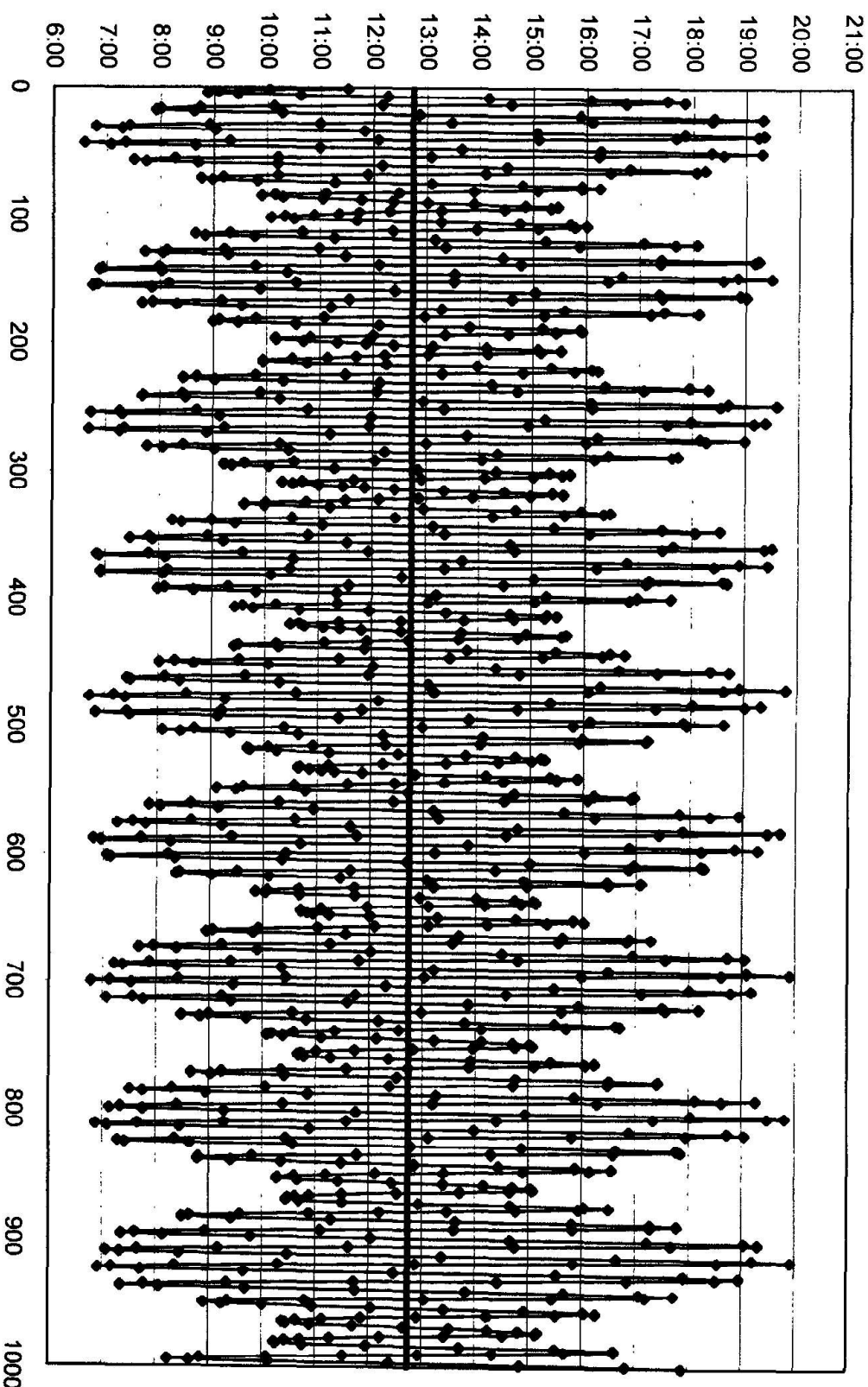
אולם ההתכנסות עדיין איטית מאד וההפרש $G-M$ נהיה זניח רק באלפי שנים ומה שיותר מפריע - ההתכנסות איננה מונוטונית אלא עולה ויורדת.

לסיום, נציג בגרף את ההבדל בין החודש האמיתי לחודש הממוצע. כפי שנראה בגרף (תרשים 7), מתנווד החודש האמיתי סביב החודש הממוצע בתנועה גלית שהמשרעת (amplitude) שלה משתנה בין אפס לכ- ± 7 שעות. חקירת גרף זה תוכל להסביר את הסיבה לחוסר המונוטוניות בהתכנסות. ועל כך במאמר נוסף.

ביבליוגרפיה

1. תלמוד בבלי, ראש השנה כ', ע"ב.
2. רמב"ם, הלכות קידוש החודש, פרקים י"א-י"ט.
3. J. Meeus, *Astronomical Algorithms*, published by Willmann-Bell, Inc., 1991

משך החודש : 29 ימים + דק:שע



מספר החודש

תרשים 7: השתנות החודשים האמיתיים לעומת החודש האסטרונומי הממוצע. הקו העבה, החוצה את התרשים, הוא משך החודש האסטרונומי הממוצע $M = 29.530588853$ יום, 12 שעות, 44 דקות, וכ-2.9 שניות, הקרוב למידת החודש m שבחשבון המולדות שלנו (≈ 29 יום, 12 שעות, 44 דקות ו- $3\frac{1}{3}$ שניות). ניתן לראות את החודשים הארוכים מהממוצע מעל קו החודש הממוצע והקצרים מהממוצע מתחתיו. אנו רואים שהחודשים המרביים קרובים ל-29 יום 20-שעות, והמזעריים – קצרים מ-29 יום ו-7 שעות (קרוב ל-29 ימים ו- $6\frac{1}{2}$ שעות).