

## פרפראות

### כל המבקר את החולה נוטל אחד מס' בחוליו

יצחק יהודה רוזן

"דאמר רב הונא כל מי שמבקר את החולה פוחתים לו אחד משישים בחוליו" (ויקרא רבה פרשה לד, א). לאור דברי המדרש רבה וכן מובא (בשינוי קל) בגמרא בנדרים (לט, ב) משמע שהמבקר חמיד יטול מן החולה  $\frac{1}{60}$  מהחולי שנשאר ויש צורך באי־סוף מבקרים בכדי שהחולה יבריא. נבדוק להלן את אחוז המחלה הנותר שהשאייר אחריו כל מבקר למבקר הבא אחריו וכן כמה מבקרים יצטרכו בכדי לקחת לכל הפחות חצי ממחלתו של החולה, אך בתחילה נגדיר את הקריטריונים הדרושים למבקר את החולה שיטול אחד משישים מחוליו:

- א. אוהבין אותו (ויקרא רבה פרשה לד, א. קרן אורה עמ' ס נדרים מ, א).
- ב. בני גילו (רש"י נדרים לט, ב) המתנות כהונה מובא בויקרא רבה פרשה לד, א שיטה מקובצת עמ"ס נדרים לט, ב. קרן אורה עמ"ס נדרים מ, א).
- ג. בני מזלו (שיטה מקובצת עמ"ס נדרים לט, ב).

הפתרון בצורה מתמטית:

אחוז המחלה  $a_m$  הנותר אחרי  $m$  מבקרים הוא:  $a_m = \left(\frac{59}{60}\right)^m$  ולכן,  $m = \frac{\log(a_m)}{\log\left(\frac{59}{60}\right)}$ . למשל, אחרי 18 (ח"י) מבקרים ישאר  $\frac{3}{4}$  מהמחלה, אחרי מבקר ה־42 ירד החולי לפחות מחצי מעוצמתו ההתחלתית, אחרי 83 מבקרים נשאר פחות מ־ $\frac{1}{4}$ . אחרי 244 מבקרים נשאר פחות מ־ $\frac{1}{60}$ .

### בענין גביה מאנשי העיר לבנית חומה

עלי מרצבך

בענין דברים שבני העיר כופין זה את זה, מובאת בשולחן ערוך, חושן משפט, סימן קס"ג ההלכה הבאה:

"כשגובין מאנשי העיר לבנות החומה גובין לפי קירוב הבתים לחומה. כל הסמוך לחומה נותן יותר ו"א שגובין לפי הממון ואחר שחלקו לפי הממון גובין גם כן איזה בית קרוב לחומה הוא פורע יותר, כיצד: ב' בתים שוים בקירוב זה בזה ויש בהן ממון בשוה פורעים בשוה ואם יש בית קרוב לחומה ואין בו ממון ואחר רחוק ויש בו ממון אין גובים מהקרוב כלום כיון שאין לו על מה לחוש. ואם שני בתים יש בהם ממון בשוה וא' רחוק וא' קרוב, הקרוב יתן יותר מהרחוק..."

ונשאלה השאלה: האם יש פונקציה או נוסחה המאפשרת לדעת בקלות את שווי המס שעל כל בעל בית בישוב לשלם על מנת לבנות חומה נגר גנבים.

נסמן ב:  $P$  : עלות החומה

$n$  : מספר בעלי בתים בעיר

$x_i$  : מרחק הבית  $i$  לחומה  $(n, \dots, 1 = i)$   
 $y_i$  : עושרו של בעל הבית  $i$   $(n, \dots, 1 = i)$   
 $F(x_i, y_i)$  : תשלום המס עבור בעל הבית  $i$   $(n, \dots, 1 = i)$   
 הפונקציה  $F$ , לפי השולחן ערוך צריכה לקיים את חמשת התנאים הבאים:

$$\sum_{i=1}^n F(x_i, y_i) = P \quad (1)$$

$$F(x_i, y) \geq F(x_j, y) \quad \text{אם } x_i < x_j \quad (2)$$

$F$  פונקציה מונוטונית יורדת במשתנה הראשון שלה.

$$F(x, y_i) < F(x, y_j) \quad \text{אם } y_i < y_j \quad (3)$$

וקוק להגנה מפני הגנבים:  $F$  פונקציה מונוטונית עולה במשתנה השני שלה.

$$F(x, 0) = 0 \quad (4)$$

עני שאין מה לגנוב לו אינו משלם.

$$F(x, y) \geq 0 \quad (5)$$

אף אחד לא מקבל כסף.

ישנן הרבה פונקציות המקיימות את התנאים האלה. אחת מהן, אולי הפשוטה ביותר (וללא חלות ביחידות הכסף והמרחק שנבחרו), היא הפונקציה הבאה והיא יכולה להוות בסיס לחישוב המס:

$$F(x_i, y_i) = \frac{y_i P}{Y} \left( \frac{1}{1 + x_i} + \frac{1}{Y} \sum_{j=1}^n \frac{x_j y_j}{1 + x_j} \right)$$

בפרט, נוסחה זו מצטמצמת ל- $F(x_i, y_i) = \frac{y_i P}{Y}$  כאשר כל המרחקים שווים; ואם בנוסף כל בעלי בתים הם בעלי אותו הון, המס המתקבל הוא כמובן  $F(x_i, y_i) = \frac{P}{n}$ .