

דוד שונברג

האם יוספוס הציל את עצמו בזכות ידיעותיו במתמטיקה?

התזה העומדת ביסוד המאמר היא, שעל אף תיאורו של יוספוס לפיו בהגרלה שנערכה במערה ליד יודפת הוא ניצל על-ידי מקרה או על-ידי ההשגחה כשנשאר אחרון (יחד עם אחר) מבין קבוצת המסתתרים מן הרומאים, הוא כנראה הציל את עצמו בזכות ידיעותיו במתמטיקה על ידי תכנון מראש של ההגרלה כדי להינצל ממנה. לצורך זה, על פי השערתנו, יוספוס לא נעזר בשיטות אלימינציה שהיו ידועות בהיסטוריה העתיקה או בתרבויות מרוחקות אלא דווקא בשיטה קיימת ובידע מתמטי שמקורם בעולם היהודי ובסביבתו הקרובה בירושלים.

המאמר דן בעיקר מהיבטים היסטוריים בידע המתמטי הנדרש כדי לתכנן הגרלה כזו והמקורות לידע כזה: בין שהיו שיטות הגרלה/אלימינציה שהיו נהוגות בלגיונות רומי, בין שהיו שיטות אלימינציה שונות המוכרות לנו מימי הביניים, כגון זו שנמסרה בשם ר' אברהם אבן-עזרא, אשר ייתכן כי שיטות דומות להן היו ידועות גם בעולם העתיק, ובין שהיו שיטות הגרלה שונות שהיו נהוגות בעם ישראל מקדמה זנא.

במסגרת הדיון נסקרות תולדות "בעיית יוספוס" ומקורותיה וכן סבירות השימוש בגורלות בהגרלת יודפת, כשהמסקנה או הטענה היא שההגרלה ביודפת הייתה כנראה שונה במקצת מכפי שהוצגה על ידי יוספוס. נראה כי בין כל שיטות ההגרלה הנתונות למניפולציה אפשרית ואשר היו יכולות לשמש לו כמקורות השראה, סביר הוא כי הגרלת יוספוס ביודפת הייתה מבוססת על הערמות בפיס הנהוג בבית-המקדש, סוג הגרלה אשר בודאי הכיר מקרוב ויותר מכל הגרלה אחרת, בהיותו כהן אשר גדל בירושלים.

מבוא

האם בסוף יולי שנת 67 לסה"נ הציל יוספוס את עצמו ממוות בזכות ידיעותיו במתמטיקה? והאם ידע מתמטי זה, מקורו בעולם היהודי הקרום בו גדל? כדי לבחון אפשרות זו שלפיה נעזר יוספוס בידע מתמטי כזה כשהסתתר עם אחרים במערה ליד יודפת, נתייחס לשיטות שונות לבחירה ואלימינציה וכן לקצה חוט המופיע כאלף שנה לאחר מכן אצל ר' אברהם אבן-עזרא (1167-1092/3). התזה שלנו היא כי יוספוס תכנן מראש הגרלה כדי להינצל ממנה ולא סמך על הנס, וכי לצורך כך הוא לא נעזר בשיטות אלימינציה שהיו ידועות בהיסטוריה העתיקה או בתרבויות מרוחקות אלא דווקא בשיטה קיימת ובידע מתמטי שמקורם בעולם היהודי ובסביבתו הקרובה בירושלים.

1. מתמטיקה, מתמטיקאים ו"בעיית יוספוס"

מזן המקורות הקדומים ביותר אפשר לראות כי ידע מתמטי היה מחכמות היסוד של לימוד תורה וכי להז"ל היה עניין רב במתמטיקה. אמנם, במקרים רבים ההתייחסות במקורות הינה כללית ולא מדויקת ואין בה כדי להצביע על הבנה מתמטית מופשטת במובן המודרני, אלא על גישה מעשית.¹ בתנ"ך, לדוגמה, היחס בין היקף העיגול לקוטרו הוא 3 על יסוד תיאור הכיור במקדש שלמה,² אולם יש להניח כי הז"ל ידעו שמדובר במידה שאיננה מדויקת. גם במשנה ובגמרא ההתייחסות ל"פי" (π) אינה מדויקת על יסוד אותו פסוק המתאר את הכיור. אולם, אין ספק שז"ל למדו והתעסקו במתמטיקה וכן התעניינו בידיעות מתמטיות של העמים מסביבם – של מצרים, של אשור, של בבל, של יוון ושל רומי. יש להניח, כי ידעו, כמו ארכימדס, מידה מדויקת יותר ל- π , גם אם במקורות הוצג עניין זה בצורה כללית.⁴ חישוב אחר בגמרא, אשר גם הוא אינו מדויק, הוא שיש באמה כריבוע, אמה ושתי חמישיות באלכסון.⁵ מבחינת מדויקות, מסופר על אודות מכשיר מיוחד שהיה לרבן גמליאל, סוג של משקפת, "שמופרת", באמצעותו אפשר היה למדוד מרחקים (לתחום שבת), גבהים ועמקים,⁶ וכן אפשר לראות אצל רש"י ובעלי התוספות התייחסות לגיאומטריה ולמשולשים. גם אם דוגמאות אלה ממחישות את הקושי במציאת מקרים של חשיבה מתמטית במובן המודרני במקורות, ברור כי קיים חומר רב המצביע על ידע מתמטי מגוון ומשמעותי בתחומים שונים.⁷

אחת הבעיות בפיתוח חשיבה מתמטית מופשטת אצל יהודים בזמנים קדומים הייתה היעדר שיטת ספירה מבוססת על עשר ספרות וגם העובדה שאי אפשר היה לציין את הספרה אפס, "0".

1 ראה *Encyclopaedia Judaica* (מהד' ראשונה), הערך Mathematics, כרך 11, עמ' 1121-1124/6; וכן *Encyclopaedia Judaica* (מהד' שנייה), הערך Mathematics, כרך 13, עמ' 671-679; *The Jewish Encyclopedia*, הערך Mathematics, כרך VIII, עמ' 375-378; *The Universal Jewish Encyclopedia*, הערך Mathematics, כרך VII, עמ' 408-411; וכן *Jüdisches Lexicon*, כרך III, הערך Mathematik, עמ' 1423-1424.

באשר לאופן ההתייחסות למתמטיקה במקורות, ראה מאמרם של בועז צבאן ודוד גרבר, "ערכים מדויקים של π במקורות היהדות", המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב, אוניברסיטת בר-אילן, לפיו: "במקורות העתיקים של היהדות מופיעה המתמטיקה לא כענף מדעי תיאורטי 'תלוש מהמציאות', אלא ככלי שימושי הנוגע לבעיות הלכתיות יום יומיות".

2 מלכים א ז, כג: "ויעש את הים מוצק עשר באמה משפתו ער-שפתו עגל סביב וחמש באמה קומתו וקה שלשים באמה יסב אתו סביב".

3 משנה עירובין א, ה, שבה π נחשב ל-3; וכן בבלי, סוכה ח ע"א; עירובין יד ע"א, עו ע"ב. יצוין כי כשנשאל הרא"ש מדוע π צוין כ-3 במשנה עירובין ולא כמידה מדויקת יותר, תשובתו הייתה שהדבר נועד ללמד שבמקרים מסוימים יש להשתמש בערך הלא-מדויק, עפ"י ההלכה.

4 לגבי ההתייחסות במקורות ל- π והשערות שונות מדוע לא יוחסה ל- π מידה מדויקת יותר, ראה מאמרם לעיל של בועז צבאן ודוד גרבר, "ערכים מדויקים של π במקורות היהדות".

5 סוכה ח ע"א.

6 עירובין מא ע"ב, מג ע"ב.

7 ראה W.M. Feldman, *Rabbinical Mathematics and Astronomy*, להתייחסות נרחבת (חלק 2, פרקים 6-4) למתמטיקה: מידע מתמטי ותאורמות וכן סוגיות בתלמוד, בהן ישנו שימוש בתאורמות מתמטיות.

בשל מרכזיותה של המילה במסורת היהודית ומן הסיבה שכל אות ייצגה גם מספר, המתמטיקה נשארה קשורה לאותיות, ולא היו ספרות. אצל היהודים, החלוץ שאפשר התקדמות לחשיבה מתמטית, בין היתר על ידי פיתוח שיטת מספור על בסיס עשר ספרות וספרת ה-"0", היה ר' אברהם אבן-עזרא שיצירותיו בתחום המדע, בהן חיבורים על המתמטיקה – ספר ה', ספר האחד ו-ספר המספר, על הלוח – ספר העיבור, על האצטרולב – ספר כלי הנחושת. אמנם יש יותר מאשר השערה שמעבר למערכת העשרונית הכירו גם את ספרת ה-"0" כשומרת מקום, אם כי הספרה "0" עצמה הופיעה במערב כנראה רק במאה ה-14, זמן רב אחרי אבן-עזרא, ובכך ניכרת חשיבותו וחלוציותו של אבן-עזרא בהיסטוריה של המתמטיקה בכלל. ייתכן שאצל אבן-עזרא תמצא גם תחילת תשובה לשאלה כיצד נערכה הגדלתו של יוספוס, אירוע שאירע יותר מאלף שנים קודם לכן.

על אודות מתמטיקאים יהודים מימי קדם אין מידע רב. בין אלה שקדמו לאבן-עזרא והידועים לנו: מאשע'עללה (כ-754-813), שכתב ספרי אסטרונומיה ואסטרונוגיה ועל האצטרולב ור' אברהם בר חייא (1070-1136), אשר לו מקום חשוב בהיסטוריה של המדע בעם היהודי.⁸ בשבע מאות השנים מהמאה ה-12 (זמנו של אבן-עזרא) ועד לסוף המאה ה-18 (זמנו של הגר"א מוילנא), היו מתמטיקאים יהודים רבים⁹ ואמנם הישגיהם מרשימים מאוד לזמנם, אבל השאלה נותרת בעינה – האם אפשר להבחין ברמזים לחשיבה מתמטית מופשטת בעם היהודי אף מאות ואלפי שנים לפני כן, בזמנו של יוספוס?

8 ר' אברהם בר חייא (1070-1136) חי בברצלונה ובין יצירותיו על מדע ומתמטיקה: יסודות התבונה ומגדל האמונה, האמוד לעסוק במתמטיקה, גיאומטריה, אופטיקה, אסטרונומיה ומוסיקה, וממנו נשתמרו רק פטעים; חבור המשיחה והתשבורת, ספר ידוע על גיאומטריה – כנראה חלק מן הספר הקודם – שתורגם ע"י פלאטון מטיבולי ב-1145; צורת הארץ – על אסטרונומיה, טריגונומטריה ובריאת השמים והארץ; חשבון מהלכות הכוכבים, שהוא המשך ליצירה הקודמת; לוחות הנשיא או לוחות – לוחות אסטרונומיים; ספר העבור, על לוח השנה. ר' אברהם בר חייא סייע גם בתרגומן של יצירות מדעיות שונות.

9 בין המתמטיקאים היהודים הידועים ויצירותיהם: ר' משה בן מיימון, הרמב"ם (1135-1204), הגם שכמעט לא כתב על מתמטיקה, בפירוש למשנה התייחס ל- π וציין כי אין אפשרות לייחס לו מספר מדויק; ר' קלונימוס בן קלונימוס (לפחות 1286-1328), שתרגם יצירות רבות על מדע ומתמטיקה וכתב ספר מלכים על מתמטיקה; ר' לוי בן גרשון (1288-1344), ממציא מכשיר מדידה של מרחקים "מגלה עמוקות" (הידוע בשם "מטה יעקב"), ובין ספריו על מתמטיקה, אסטרונומיה ומדע, מלחמות ה' ו-מעשה חושב (הנקרא גם ספר המספר), ספר התכונה (על אסטרונומיה) ופירוש על אוקלידס; גרשון ב"ר שלמה מקשטלונאי (שייתכן שהיה אבי הרלב"ג וחתן הרמב"ן) שחיבר הספר שער השמים על חכמת הטבע והתכונה; ר' יצחק הישראלי (המאה ה-14), תלמיד הרא"ש, שכתב ספרי אסטרונומיה – יסוד עולם, שער השמים ו-שער המילואים; מרדכי כומטינו (1402-1482), שכתב ספר החשבון והמידות על מתמטיקה וגיאומטריה, וכן פירושים על ספרי אבן-עזרא; ותלמידו ר' אליהו מזרחי (1455-1526), שכתב ספר המספר המבוסס על ספרו של אבן-עזרא; ר' אברהם זקוטו (1452-1515) שהכין לוחות אסטרונומיים שנעזר בהם קלומבוס; וכן תלמיד הרמ"א והמהר"ל מפראג, דוד גנס (1541-1613) שספריו במתמטיקה ותכונה – ספר נחמד ונעים, מאור הקטן ו-מגדל דוד; ר' יוסף שלמה דלמדינו (1591-1655), תלמידו של גליליאו, שהלך ניכר מחיבוריו לא ראו אור ואבדו, ובין היתר כתב חיבור על גיאומטריה; בשמנת בת שלמה ועל מגוון נושאים מדעיים ומתמטיים – ספר אלים וכו מעין חתום, מעין גנים, חוקות השמים וכן גברת ה', צו החכמה, אור שבעת הימים, קשת זרובה, עיר גיבורים ו-ראש משביר; ר' יאיר בכרך (1632-1702) שהתייחס לנושאים מתמטיים בתשובותיו – שו"ת חוט השני ושו"ת

האם השתמש יוספוס בידע מתמטי מוקדם כדי להציל את עצמו ממוות במערה בירדפת? לידע כזה יכולים להיות מקורות שונים: האחד, שיטות הגרלה/אלימינציה (רוגמת decimatio, שיטה שבה המרווח שבין שני "נבחרים" הוא 10, כמבואר בהמשך) שהיו נהוגות בלגיונות רומי וסביר להניח שהיו ידועות ליוספוס, גם לפני שעבר לרומאים; השני, שיטות אלימינציה שונות מימי הביניים המוצגות כחידות מתמטיות, כגון זו שנמסרה בשם ר' אברהם אבן-עזרא בשם "תחבולת ראב"ע". ייתכן מאוד שחידות אלה או דומות להן, אשר פתרוןן הושג כנראה על ידי trial and error, היו ידועות גם בעולם העתיק. המתמטיקאי הצרפתי באשט בן המאה ה-17 זיהה בחידות אלה שמדובר בסוג של בעיה מתמטית הדומה לזו אשר עמה התמודד יוספוס והוא כינה בעיה זו "בעיית יוספוס"; ולאלה מתווסף מקור אפשרי נוסף – שיטות הגרלה שונות המוכרות בעם ישראל מקדמה דנא, לרבות זו של הפיס בבית-המקדש, שאותה בוודאי הכיר יוספוס, בהיותו כהן שחי וגרל בירושלים.¹⁰

2. הגרלת יוספוס – האם יוספוס ניצל בנס או תכנן את התוצאה?

על יסוד האמור ביוספוס¹¹ ניסה באשט לדמיין כיצד נערכה אותה הגרלה אשר הציע יוספוס לקבוצת המסתתרים במערה, וכך תיאר את "בעיית יוספוס": מעמידים במעגל 41 איש ויש להוציא להורג כל אדם שלישי וממשיכים מסביב עד שנשאר השני לפני האחרון, שהוא האדם במקום ה-16 בהתחלה, והאחרון הוא במקום ה-12.31 את מעשה ההגרלה מתאר יוספוס בספרו מלחמות היהודים (תרגום מיוונית, ד"ר י"נ שמחוני, תשי"ג) כך:

חנות יאיר; ר' אליהו, הגאון מווילנא (1720-1797), שספרו איל משולש הוא על מתמטיקה ויש דיונים חשבוניים גם ב-פירוש לספר יצירה ולשולחן ערוך וכן כתב על גיאומטריה, טריגונומטריה, אסטרונומיה, על התקופה והמילד. יצוין גם כי הגר"א עורר את תרגום אוקלידס וחבורים במתמטיקה ומדע של ר' ברוך שיק משקלוב (1744-1808). יצוין כי יש מפרשי המקרא מימי הביניים שצינו ספר בשם ברייתא של 49 מידות שהכיל חישובים מתמטיים ותאורמות, אליו התייחס גם בנו של הגאון מווילנא, ר' אברהם, וכמאה ה-19 אף מצא שטיינשניידר כתב-יד שזוהה על ידו כברייתת המידות שפורסם בשם משנת המידות. היו שטענו שמדובר בחלק מתוספתא למסכת מידות – ואם כן, זוהי אחת היצירות המתמטיות הקדומות ביותר בעברית.

10 כאשר לשיטות הגרלה הנהוגות בעם ישראל מימי קדם והנסיבות השונות בהן השתמשו בהגלות, הן לבחירה של אנשים מקבוצה והן להלוקת רכוש או נכסים, ראה בהמשך, וכן *Encyclopaedia Judaica* (מהר' ראשונה), הערך Lots, כרך 11, בעמ' 510-513; *Encyclopaedia Judaica* (מהר' שנייה), הערך Lots, כרך 13, בעמ' 217-219; *The Jewish Encyclopedia*, הערך Lots, כרך VIII, בעמ' 187-188; לביור נרחב ומקיף על ההגרות ביהדות, ראה עלי מדצבך, הגיון הגורל, משמעות הפיס והאקראיות ביהדות, בו נטען, בין היתר, כי הגורל והאקראיות מילאו תפקיד ערכי רב-משמעות ביהדות ובעולמם של הו"ל.

11 מלחמות היהודים – ספר ג', פרק ח, פס' ו.

12 על חידות מתמטיות ועל באשט וספרו *Problèmes plaisants* ראה בהמשך וכן הערות 31, 34 להלן. באשט לא דייק בכך שסבר שהיו במערה יחד עם יוספוס 41 איש בסה"כ. יוספוס מציין כי אשה אחת יצאה ונלקחה בשבי ע"י הרומאים והיא סיפרה על אודות מקום המסתור – ע"כ נראה שהיו בסה"כ רק 40 – ואם כן, מתוך 40 (ורילוג של 3) לפי שיטת באשט, יוספוס היה צריך לעמוד במקום ה-28 (והשני מהסוף במקום 13).

וגם בעת המצוקה הזאת לא נבצרה מזמה מיוסף; בהאמינו כי האלקים ישמור עליו מרעה, השליך את נפשו מנגד וקרא אל חבריו: "אם אחת גורתם למות, הבו נפיל גורלות, מי ממנו ימית את חברו. והנלכד בגורל יפול בחרב הבא אחריו, וככה יהיה משפט אחר לכלנו, ולא יטרוף כל איש את נפשו בכפו, והן לא לצדק יהיה הדבר בהנחם איש ממחשבתו אחרי רצח אחיו, ונפשו תהיה לו לשלל". הדברים האלה נאמנו בעיני האנשים והם נפתו לדבריו להפיל גורלות, וגם הוא איתם יחד. וברצון פשט הזוכה בגורל את צווארו ללהט חרב חברו הבא אחריו, בדעתו, כי עוד מעט ימות גם שר-הצבא. כי יקר מחיים היה להם למות עם יוסף יחד. לאחרונה נשאר אך יוסף עם חברו לכד – אולי זה היה מקרה ואולי אצבע אלקים – והוא לא רצה להלכד בגורל ולמות, וגם לא לטמא את ידו בדם אחים, אם יישאר האחרון, ועל-כן פתה את חברו לכרות ברית עם הרומאים ולחיות.

כמובן, אופן ביצוע ההגרלה לפי הצעת באשט שונה מן התיאור שמופיע ביוספוס. עצם הרעיון שיש לבחור כל פעם באדם אחד (אשר אמור להיות הקרבן) מתוך קבוצה הולכת וקטנה של 41 איש בשיטה כלשהי הוא קו הדמיון בין הצעת באשט לבין התיאור שביוספוס. אולם, בהגרלה המתוארת על ידי יוספוס, הנבחר השני הוא זה שאמור להרוג את הקרבן הראשון ולבוא במקומו כדי להיות הקרבן אשר ייהרג על ידי הנבחר הבא, וכן הלאה. בהגרלה של באשט קובעים מראש מספר – מניין אשר בסיומו "נלכד" הקרבן וכך הוא ממשיך מקרבן לקרבן, אולם ביוספוס אין התייחסות לאופן עריכת ההגרלה, למעט שהנבחר השני אמור להרוג את הראשון והשלישי את השני וכי ההגרלה נעשתה באמצעות "גורלות". הרעיון של הוצאה להורג של כל אדם שלישי הוא אך המצאה של באשט להמחשת אופן ביצוע הגרלה כזו. ברור, אם כן, שהייתה איזושהי שיטה של הגרלה אצל יוספוס, אולם את פרטי ההגרלה והאופן שבו היא התנהלה אין הוא חושף לקוראיו. איננו יודעים כיצד פעלה שיטת הגורלות שלו, הלכה למעשה.¹³

לפני שנתייחס ל"בעיית יוספוס" ולשאלה האם יוספוס תכנן הגרלה (שהייתה מיועדת להביא למותם של כל המשתתפים בה לפי סדר מסוים) כך שהוא יישאר אחרון, עלינו לשים לב לכך שהעניין בחידות מתמטיות, רוגמת אלה של אבן-עזרא, שוקט ובאשט, כפי שנראה בהמשך, הוא בכך שלכאורה מדובר בהגרלות שתוצאותיהן ניתנות לחיזוי ולתכנון מראש. ביחס לאותן חידות, השאלה היא כיצד אפשר להגיע לתוצאה המבוקשת והעניין שגילו בהן מנסחי החידות הוא עצם הידע המתמטי והאפשרות לתכנון התוצאה. בכך אפשר לראות כי חידה מסוג זה שימשה בעיקר כאתגר מתמטי. גישה זו, יש לציין, אפשרה והוליכה להשוואה עם "מקרה יוספוס", לגבי החשד היה לתכנון תוצאת ההגרלה.

על יסוד מה שאנחנו יודעים על אודות האיש יוספוס – כוונותיו, מניעיו, תפיסת העולם שלו, העובדה שהסגיר את עצמו לרומאים – לא נראה מתקבל על הדעת שסמך אך על הנס כדי

13 כאשר לגורלות ביהדות והנסיבות בהן נעשה שימוש בגורלות עפ"י המקורות, ראה הערה 10 לעיל והערה 19 להלן; ובאשר לשאלה, האם השתמש יוספוס בגורלות לצורך ההגרלה ביודפת כפי שתיאר, ראה בהמשך.

להציל את עצמו ממוות. כמו כן, ברור לנו – מפיו שלו – כי התנגד להתאבדות ההמונית במערה ליד יודפת וכי השתדל לשכנע את האחרים בעזרת כל מיני נימוקים כי מוטב להסגיר את עצמם לרומאים ולא למות. אולם, כשהאנשים לא השתכנעו ועמדו להחליט כיצד יהרגו את עצמם, היה זה יוספוס אשר יזם והציע עריכת הגרלה.

על פיקחתו וערמומיותו של יוספוס ויכולת ההישדרות שלו בתנאים קשים מעיד סיפור חייו: כיצד כמפקד צבאי נטש את המערכה ועבר אל האויב הרומאי וחי חיי רווחה ברומי. סיפור חיים מיוחד זה מעורר את החשד כי ידע בדרך כלשהי כיצד לתכנן את ההגרלה כדי שיינצל. אולם, האם ישנם רמזים כלשהם כי ידע כיצד לתכנן את הדברים כך שיינצל? האם היה לו ידע מתמטי מסוג כלשהו? ומניין היה לו ידע כזה? האופן שבו בוחר יוספוס לתאר את האירוע מחשיד אף הוא: מחד גיסא, הוא רואה צורך להסביר כיצד קרה שניצל, דהיינו הוא חש שהעניין מעורר תהיות, ומאידך גיסא, הוא משתדל לתת "הסבר" להצלחתו, דהיינו שהיה מזל או השגחה שהביאו לתוצאה רצויה זו, הסבר בלתי משכנע בעליל. יצוין שלהיסטוריונים עמדות שונות באשר למה שאירע שם – היו שקיבלו את דברי יוספוס באופן חלקי בלבד, כגון גרץ,¹⁴ אלה שהטילו ספק בתיאוריו של יוספוס ברמיוה, כגון דובנוב,¹⁵ ואלה שהעידו במפורש, כגון ססיל רות,¹⁶ כי מדובר היה ב-"stratagem" (תכסיס או תחבולה),¹⁷ ובאנציקלופדיות השונות נראה כי

- 14 *Geschichte der Juden von den ältesten Zeiten bis auf die Gegenwart*, Heinrich Graetz, *History of the Jews*, כרך 2, פרק X, עמ' 288. גרץ אמנם מציין שיוספוס ואדם אחר נשארו אחרונים ממעשי ההרגה (כל אחד את זולתו) כמערה אבל הוא אינו מציין כלל שקדמה לכך הגרלה. אולי אפשר להסיק מכך שלא האמין לדברי יוספוס על אודות ההגרלה אבל העדיף להימנע מלהביע דעה מפורשת על כך.
- 15 *History of the Jews* (История еврейского народа), Shimon Dubnow, כרך II, חלק IV, בפסקה 84:

Josephus yielded, but harbored a secret plan. He suggested that the fugitives draw lots to kill one another. Due to a "happy coincidence", Joseph and one other man were the sole survivors after the rest had bayoneted one another...

וכן ראה גם Morris J. Raphall, *Post-Biblical History of the Jews*, Vol. II (1855), p. 429. כו גרמו על תכסיס:

...how he, as of priestly race, was appointed to cast the lot, and how, with his usual skill, he succeeded in making that duty [of finding two men who would stab the rest of them & then kill each other, in order to avoid suicide] devolve upon himself and the most feeble-minded of his companions....

- 16 Cecil Roth, *A Short History of the Jewish People*, פרק IX, פס' vi, עמ' 105.
- 17 כבר בספר יוסיפון Josippon (מהמאה ה-10) מייחס להגרלה ביודפת מעשה תרמית (ספר יוסיפון, מהד' פלוסר, פרק סו', 'יוסף מציל את חייו', בעמ' 318): 'וידבר אליהם במרמה לאמר, 'אם תבקשו למות בחרב, טוב לכם למות בגורל'...'. כך גם סברו זייטלין, מילמן, מרגוליס ומרקס ואחרים.
- בספרו *The Rise and Fall of the Judean State* (כרך 3, עמ' 42), כתב סולומון זייטלין: Once again he resorted to a ruse... By good luck, as Josephus claims, or by virtue of his own cleverness...
- מילמן (Henry Hart Milman) בספרו *The History of the Jews* (ספר XV) מייחס אף הוא ליוספוס מעשה תרמית:

הרעה הרווחת היא שהיה כאן תכסיס.¹⁸

יצוין כי בתיאורי ההגדלה ביודפת בספרות, מיוחסת ליוספוס בדרך כלל תחבולה, ואם לא תחבולה אזי הנחה שהתיאור שלו שקרי. כך, למשל, בטריילוגיה המפורסמת של ליאון פויכטונגר על יוספוס (בספר הראשון, *Der Jüdische Krieg* ובאנגלית הספר נקרא "יוספוס"), ההגדלה מתבצעת באמצעות קובייה ומה שידוע רק לקורא הוא שמדובר בקובייה מיוחדת שקיבל יוספוס כמזכרת מהשחקן היהודי דמטריוס ליבאנוס ערב אחד ברומי, כשהוזמן לביתו – ואז הוא שם לב שהקובייה נופלת כל פעם על האות "נון" (היו לה 4 צדדים: "נ", "ג", "ה", "ש" – כמופיע על הסביבון בזמנים מאוחרים יותר) וכי אחת מפנינותיה של הקובייה קטומה באופן שכמעט אינו ניתן להבחנה. ברומן *A Fox Called Flavius*, שנכתב על ידי מחיו פינץ, מתוארת הגרלה שבה, לאחר שהגיס זאת יוספוס, כל אחד מן המשתתפים היה צריך להכניס שתי אבנים לחוך דלעת כשעל אחת מהן חרוטים ראשי התיבות של שמו. אחד האנשים (זה שיישאר לסוף עם יוספוס) מונה כדי לשלוף את האבנים מן הדלעת. אבן שהוצאה ללא ציון הושלכה הצדה ואבן עליה נמצאו ראשי תיבות סימנה כי אותו האיש לו שייכים ראשי התיבות הוא הקרבן שיהרג על ידי הנבחר הבא אחריו. בסוף, משנותרו רק השולף ויוספוס, אומר לו יוספוס "שצריכים לנו ללכת בעקבות התכניות הגדולות של ה', אולם הוא עדיין מצפה מאתנו לדאוג לפרטים קטנים מסוימים, פרטים קטנים כאלה". תוך כדי חיוך, יוספוס פתח את ידו השמאלית. על כף היד הייתה מונחת אבן קטנה ועליה הפרטים הקטנים של ראשי התיבות של שמו. בספר חיי יוסף – הספר הגנוז, של הארכיאולוג יורם אבי תמר (צפירי) מורה יוספוס שמה שכתב על אודות הגדלת יודפת, שקרי: "...אמת, הצעתי להם שנמות על פי הגורל. נבחר לנו שבדי חרס, שעל אחד מהם נחרוט צורה של כוכב ונערכבם בתוך קנקן. איש בתורו יכניס את ידו ויוציא חרס אחד. מי שיעלה בחלקו הכוכב, העומד מימינו יהרגנו בחרב. גופו ייפול אבל גשמתו תעלה אל השחקים ככוכב. כך אמרתי ולא חששתי. ידעתי כי לא יקבלו את הצעתי, שוב רחוני בבוז, אבל הפעם שמחתי על דחייתם, הרי עליה בניתי את תחבולתי. הם בחרו אדם שהיה נאמן עליהם, מנכבדי העיר, אשר

The wily leader marked his time, and had a stratagem ready on the instant... How the lots were cast we are not informed, or whether among his other soldier-like and noble qualities, the worthy commander had some skill in sleight-of-hand: but it so happened (by good fortune or the will of Providence) that they all, one after another, as the lots came up, offered their breasts to the sword. Josephus found himself left, with one another, to the last. Not in the least inclined that the lot should fall on himself, and with a nice and scrupulous reluctance to embroil his hands in the blood of a fellow-creature, Josephus persuaded this man to accept the offered terms; and so they both came out together, leaving their dead friends in the cavern.

מדג'ליס ומרקס, בספרם *A History of the Jewish People* (ספר 1, פרק XXXI) מציינים:

"By some deception Josephus was the last survivor..."

18 כ- *The Jewish Encyclopedia*, VII, ערך Josephus, Flavius, בעמ' 274-281, נאמר (עמ' 275):

...and Josephus, whose life had been assured to him by the Romans through the intervention of a friend named Nicanor, escaped only by playing a trick on his companions. He

לא פקפקו באומץ לבו, וביקשוהו שייאות למות אחרון. אנחנו כולנו נמות את עצמנו, הורו לו, איננו מבקשים טובות בשר ודם, ואתה תעבור על גופותינו ותבטיח שכולנו מתנו. רק אחד כך תהרוג את עצמך". ובהמשך, כשהאחרים מתאבדים פונה יוספוס אל ארם זה ואומר לו "הרגני אם תרצה, כי איני פוחד מן המוות, אבל חשוב האם יש בכך תכלית, הן לא מקרה הוא כי הותיר ה' את שנינו בחיים...". ואז הוא משכנע את האדם הזה שלא להרוג אותו (ולא את עצמו), ושניהם יוצאים אל הרומאים.

ממה שידוע לנו על יוספוס – שהתנגד בתוקף לכוונות המסתתרים במערה להעדיף מוות על פני כניעה, שעשה את כל שביכולתו כדי לשכנע את האנשים להסגיר את עצמם לרומאים וכי יזם את ההגדלה כצעד אחרון ונואש – נראה סביר יותר כי יוספוס תכנן את ההגדלה באופן שיבטיח שיישאר בחיים. קשה להאמין שאדם כזה – איש שכלתן ורעתן, אדם עיקש ובעל יכולת הישרדות – היה מציע הגדלה אלא אם ידע לתכנן את תוצאותיה מבחינה מתמטית. מעניין כי בתרגום סלאבוני של יוספוס, ישנה גרסה התואמת הנחה זו, השונה במקצת מהגרסה שלנו, בה נאמר במפורש: "מאחר ורצון ה' שנמות, הבה נמות לפי תור (סדר). הוא אשר מגיע תורו, ייהרג ע"י השני". וכאשר הוא דיבר כך הוא מנה את המספרים באופן שהטעה את כולם. והם כולם נהרגו, אחד ע"י האחר, למעט אחד; והוא [יוספוס] שחשש שידיו יוכתמו מדמו של בן ארצו שכנע אותו (להציל את עצמו) ושניהם יצאו בחיים". יצוין כי ספרי יוספוס אשר הגיעו לידינו הינם כיוונית, ואילו טיוטות שכתב יוספוס בארמית אברו עם הזמן ותרגום זה (מהמאה ה-13 שהועתק במספר כתבי-יד במאה ה-15) מבוסס כנראה על טקסט יווני אחר. בכך שהוא מייחס ליוספוס מעשה תרמית (בשונה מהגרסה האחרת בדינו) לא סביר שנכתב על ידי יוספוס עצמו וכנראה מצא מישהו לנכון לתאר את ההגדלה, לפי הבנתו הוא. גם הנחתנו היא כי בהגדלה שהציע יוספוס התוצאה הייתה ידועה לו מראש וכי הוא תכנן אותה כדי שחיייו יינצלו. מעניין גם כי גרסה זו אינה מציינת גורלות, וישנה אי-בהירות לגבי אופן ביצוע ההגדלה וכי נרמה שמדובר היה דווקא בסוג של פיס, ועל כך בהמשך.

ובהערה אחרונה ייאמר כי אי אפשר להימנע מן הסברה כי את סיפור ההגדלה שנערכה ליד יודפת והנס, כביכול, אשר אירע לו, בדה יוספוס מלבו, ובין היתר כדי להרשים את שומעיו. להתכסות בהילת תמיכת שמים ולנסות לשוות לבריחתו מיודפת והסגרתו לידי הרומאים נופך הרואי יותר מכפי שהיה במציאות.

persuaded them to kill each other after drawing lots, but arranged to be the last, and then surrendered to the Romans with one companion...

ב-*Encyclopaedia Judaica*, כרך 10, ערך Josephus Flavius, כעמ' 251-265, נאמר (עמ' 253):

...There each man resolved to slay his neighbour rather than be taken captive by the enemy. Josephus artfully cast the lots, deceitfully managing to be one of the two last men left alive and then persuaded his companion to go out with him and surrender to the Romans...

3. השימוש ב"גורלות" – והאם השתמש בהם יוספוס?

בתחילת תיאורו של יוספוס את ההגרלה אשר הציג, נאמר על-ידו: "הבו נפיל גורלות" ושאלה היא האם אכן נעשה שימוש ב"גורלות" ביוזמת ומהי בדיוק שיטת ההגרלה שערך? במקורות אפשר למצוא דוגמאות רבות לשימוש ב"גורלות"¹⁹ והכוונה להגרלה בה הבחירה מתבצעת באמצעות הרצאה (או זריקה) של חפץ (כגון אבן, כלי חרס, עץ, פתקה) מקופסה (הנקראת "קלפי" במשנה) שעליו סימון (של בעליו או של נושא) המאפשר את ייחוס הכיתוב לבוחר או את שיוכו לבעליו. בין מכלול שיטות ההגרלה שהיו ידועות, האם תכנן יוספוס הגרלה דווקא מן הסוג הזה, בה המשתתפים (או אחד מהם) נתבקשו להוציא חפץ, "גורלות", מקופסה? כמובן אפשר לטעון שיוספוס אכן השתמש בשיטת הגרלה כזו, אולם ישנו קושי רב לכוון הגרלה כזו לתוצאה ספציפית. כמו כן, אין במקורות ביטוי מיוחד לחשש לניצול לרעה של שיטה זו כפי שקיים, כפי שנראה להלן, ביחס לשיטת הפיס. את תוצאות ההגרלה מסוג זה אפשר להטות רק בצורה צפויה וכוונה ואין בכך כל תחכום, ויש להניח שכל אחד יהיה מודע לכך ועל כן קטן הסיכוי להצליח ברמאות כזו. לדוגמה, בעניין הגרלת השעירים לה' ולעזאזל,²⁰ נאמר במשנה שבבוא הכהן הגדול להוציא שני הגורלות מן הקלפי, עליו לערבב את הגורלות קודם ולהוציא אותם מהר ("טרף בקלפי"), וזאת כדי שלא תהא לו שהות להבחין מה הוא נוטל כימינו. בגמרא ישנה הערה כי על הגורלות להיות שווים, ולא יהיה אחד של זהב ואחד של כסף, אחד גדול ואחד קטן (דהיינו, עליהם להיות מאותו גודל ועשויים מאותו חומר). וכן צוין בגמרא²¹ שהטעם לכך שהקלפי "אינה מחזקת אלא שתי ידיים", היה "היכי דלא ליכוין ולישקול", כדי שהכהן הגדול לא יכוון וייקח הגדול של שם ביד ימין דווקא (שהוא הרבר הרצוי). אמצעים אלה נועדו להקשות על אפשרויות לתכסיס והטיית ההגרלה.

19 באשר להגרלות ולשימוש ב"גורלות", ראה הערה 10 לעיל. דוגמאות לשימוש בגורלות במקורות היגיוניים רבות: בחידת השעיר לה' והשעיר לעזאזל, ויקרא טז, ח-יב (וכן במשנה, יומא ד, א; בבלי יומא לו ע"א, לט ע"א-מא ע"ב); מקרה עכן, יהושע ז, י-כו; המלחמה נגד שבט בנימין, שופטים כ, יח; בחירת המלך שאול, שמואל א' י, כ-כא; מקרה יונתן והדבש, שמואל א' יד, מא-מג; אניית יונה, יונה א, ז; הפור במגילה, אסתר ג, ז, ו-ט, כד; קרבן העצים, נחמיה י, לה; תושבי ירושלים, נחמיה יא, א; חלוקת רכוש/נכסים – ארץ ישראל, במדבר כו, נב-נו; לג, נד; לד, יג; לו, ב; יהושע יד-יט; ערי לוויים, דברי הימים א' ו, לט וכד'; חלוקת משמרות הכהנים והלוויים, דברי הימים א' כד-כו. כמו כן, בבבלי סנהדרין יז ע"א מסופר על אודות שתי הגרלות, בהן נעשה שימוש בגורלות בצורת פתקאות: לבחירת 70 הזקנים ע"י משה (ואלרד ומידר, במדבר יא, כו) – על 70 פתקאות נכתב "זקן" ושתיים ללא ציון (חלק); ולפירוש בכורים (במדבר ג, מה-מז) – על 22,000 פתקים נכתבו המילים "בן לוי", ועל 273 "חמשה שקלים". אפשר לטעון בעניין הגרלת הזקנים ששיטה זו מעמידה שאלה (וכי יש בה חוסר שוויון) בכך שאם פתקי "זקן" כבר נבחרו כמה פעמים (ואז טובר הסיכון לבחור פתק חלק), אזי סיכויי היבחרות כ"זקן" עלולים לקטון ככל שבחירה (הוצאת הפתקה) מתבצעת מאוחר יותר, דהיינו לאדם השני או השלישי יש סיכוי גדול יותר להיבחר כ"זקן" מאשר האדם ה-20 או ה-30.

20 משנה, יומא ד, א; בבלי יומא לו ע"א, לט ע"א-מא ע"ב (ורש"י במקום). מסופר במשנה (יומא ג, ט) שהגורלות "של אשכנז" (סוג עץ מיוחד, רך ועמיד) היו, ועשאו בן גמלא (יהושע בן גמלא כשנתמנה להיות כהן גדול עשה את הגורלות) של זהב (לכבוד היום), והיו מזכירין אותו לשבח (על מעשהו זה).

21 יומא לט ע"א.

אם נעיין בדוגמאות ההגרלות בהן נעשה שימוש ב"גורלות", רובן ככולן, עניינן בבחירת אדם אחד או תוצאה אחת מתוך שתיים והן לא נועדות לבחירתם של אנשים ברצף לפי סדר עד האחרון שבהם, כפי שמתבקש היה בהגרלת יוספוס. בשל הבנה זו הכינוי "בעיית יוספוס" יוחס דווקא לחידות מימי הביניים מאחר וגם בהן דובר בבחירה של אחד ועוד אחד מתוך קבוצה הולכת וקטנה של אנשים ושיטות הגרלה אלו מתאימות יותר לזו אשר נזקק לה יוספוס בנסיבות בהן התמודד ביודפת.

את שיטת הגורלות, כגון זו שהייתה נהוגה בבית-המקדש לעניין בחירת השעירים, קשה להתאים לנסיבות בהן ישנה קבוצה הולכת וקטנה של אנשים ומספר רב של גורלות. בהגרלה כזו, כדי להטות אותה, עורך ההגרלה צריך להבטיח שגורל ספציפי יישאר אחרון. אמנם, יוספוס היה מסוגל לתכנן דבר כזה, אולם לשם כך היה הוא זה שצריך היה להוציא את כל הגורלות (וכן עליו לדעת מהו הגורל שלו – לפי גורלו, צורתו או לפי מישוש) או, לחלופין, עליו היה לדאוג מראש שהגורל שלו לא יהיה בקופסה. קשה להאמין שאפשר היה לערוך הגרלה שתיחשב אמינה בעיני המסתתרים במערה בצורה זו ובתנאי הלחץ בהם היו נתונים כשצבא רומי מצוי בקרבת מקום וערוך לתפיסתם. הייתכן שיוספוס היה תולה יתרו ברמאות בוטה שרק היא תוכל להטות תוצאת הגרלה מעין זו ואשר ממילא הייתה מתגלה? בנסיבות אלה, ליוספוס נדרשת הייתה הגרלה מסוג אחר, הגרלה אמינה שממנה אפשר היה להיחלץ בתחכום ומבלי שמאן דהו יחשוך בו ולא הגרלה שאפשר להטותה ברמאות בוטה בלבד, שעלולה הייתה להיחשף בקלות. בשל כך, אין זה מפתיע כי דווקא שיטות counting out נחשבו מתאימות למקרה יוספוס. לחידות אלה ניתן כינוי "בעיית יוספוס" ובדרך זו או אחרת נשכח עניין הגורלות.

בשל כל הסיבות האלה, שיטת הגורלות נראית על פניה לא מתאימה להגרלת יוספוס. גם אם יוספוס ידע והכיר שיטה מעין זו גדולים הסיכויים שלא היה בוחר בה. ואם בכתביו השתמש יוספוס בביטוי "הבו נפיל גורלות" ביחס לאירוע, כוונתו הייתה כנראה לזרות דיסאינפורמציה, בבחינת גילוי טפח וכיסוי טפחיים, בו בזמן שראג להימנע מלחשוף את פרטי ההגרלה והשאיר בעינו את סוד היחלצו מן המערה.

4. שיטת אלימינציה בלגיונות רומי – "decimatio"

בבואנו לחדור את המסך הכבד והמעורפל של אלפי שנות היסטוריה ולנסות לגלות אם שיטות אלימינציה דומות לזו אשר עמה התמודד יוספוס היו קיימות או היו ידועות לו בזמנו וכיצד פעלו שיטות אלה, יש לשקול שמא מקור ההשראה שלו להגרלה ביודפת היה ה-"decimatio". בשיטת ענישה רומית זו נבחרו חיילים אחדים מתוך קבוצה כדי להורגם, במקרה זה הריגת כל חייל עשירי או עשירית מקבוצה, והרי ביודפת מדובר היה בהקשר צבאי.

בענישה הרומית decimatio, הקרבנות (כל חייל עשירי) נבחרו על ידי גורלות sortition ונהרגו על ידי חבריהם ברגימה באבנים או במהלומות קשות. אלה שלא נהרגו נאלצו ללון מחוץ למחנה והאכילו אותם בשעורה במקום חיטה. היו גם שיטות אחרות: vicesimatio (הריגת כל

חייל עשרים) ו-centesimatio (הריגת כל חייל מאה). מעט ידוע על שימוש בענישה זו בפועל (והמקרים הבודדים הידועים קדמו לזמנו של יוספוס²²), אבל אין ספק שהייתה מודעות בזמנו של יוספוס ל-decimatio ואולי רק בשל החשש ממנו, גם אם חרלו להשתמש בעונש זה בפועל. יוספוס עצמו, בתיאור מותם של נצוריי מצדה (והוא המקור היחיד לכך), שנים אחרות לאחר ההגלה ביודפת שבעקבותיה ניצלו חייו, משמש הוכחה עקיפה לכך: לפי תיאורו, לאחר נאום אלעזר בן-יאיר במצדה, הרגו הגברים את נשותיהם וילדיהם, ולאחר מכן נערכה הגרלה כדי לבחור עשרה מהם אשר תפקידם היה להרוג את הגברים, ובין העשרה נערכה הגרלה שנייה כדי לבחור את האחד שעליו היה להרוג את תשעת האחרים (ולאחר מכן את עצמו²³). בשונה מה-decimatio שבו הרגו עשירית החיילים (ומכל קבוצה של עשרה, אחד), במצדה המטרה הייתה להגיע אל הסוף (כמו ביודפת), ומתוך הקבוצה האחרונה של עשרה, נהרגו תשעה (דהיינו, ב-decimatio וכן ביודפת) נבחר הקרבן ואילו במצדה נבחר המבצע). אין ספק כי יוספוס, היסטוריון שעיין במקורות ותעודות מן העבר, היה מודע לסוגי הענישה בלגיונות רומי וכי מתיאוריו על יודפת ומצדה ניכר הידע שלו על ההגרות למיניהן²⁴. אולם, הגרלה שמטרתה להביא להריגתם של כל המשתתפים בה לפי סדר מסוים עד לאחרון שונה במהותה מה-decimatio, גם אם בענישה זו היה כדי לשמש ליוספוס מקור השראה כלשהו.

אפשר לשער שהיו שיטות, גם מתמטיות, כיצד להגן על מקורכים או מיוחסים כדי שלא יהרגו בעונשים אלה ובספר *De Bello Iudaico* של העגסיפוס, שנכתב בלטינית ומבוסס על ספרו של יוספוס, נאמר במפורש כי יוספוס ניצל באמצעות סוג כזה של התנהלות²⁵. אולם,

22 תיעוד לשימוש המוקדם ביותר בענישה זו – במאה החמישית לפסה"נ במלחמות רומי נגד הוולסקי (עפ"י ליווי); וכן נעשה בה שימוש שוב ע"י קראסוס (במאה הראשונה לפסה"נ) במלחמה השלישית נגד העברים שהנהיג ספארטקוס. ייתכן שיווליוס קיסר השתמש בענישה כזו כנגד הלגיון התשיעי במלחמה נגד פומפיוס, ואף נרמז שהיה סוג של תחבולה בכך שנענשו חיילים ספציפיים, אותם התכוון יוליוס קיסר להעניש. פוליביוס מתאר סוג ענישה זה במאה השלישית לפסה"נ; פלוטארך מציין כי אנטוניוס השתמש בענישה זו לאחר תבוסה במדיה; עפ"י סיוטוניוס, נעשה שימוש בענישה זו בפעם האחרונה ע"י אוגוסטוס בשנת 17 לפסה"נ, אולם טקיטוס מציין שלוסיוס אפרוניוס העניש את הקהורטה ה-3 אוגוסטה בעונש ה-decimatio בשנת 20 לספה"נ, לאחר התבוסה בידי העריק טקפארינס בצפון אפריקה. דיוניסיוס מהליקרנאסוס (60 לפסה"נ-לאחר 7 לפסה"נ), היסטוריון יווני שחי כמאה שנה לפני יוספוס, כבר קרא ל-decimatio ענישה קדומה.

23 בשונה מהגרות יודפת, שיטה שלפיה יש לבחור חייל אחד מתוך עשרה כדי להורגו (ה-decimatio) וכן ההגרות במצדה (בחירת עשרה כדי שיהרגו אחרים ובחירת אחד שיהרוג תשעה), אפשר לעשות באמצעות גרלות ללא קושי. יצוין כי במצדה נמצאו כלי חרס ועליהם שמות, ופרופ' ידין העלה את ההשערה שייתכן שאלה שימשו לגרלות.

24 בנוסף להגרות ביודפת ובמצדה, יוספוס מספר על הגרלה שנערכה בירושלים בזמן המרד כדי לבחור בהן גדול חדש – ונבחר אדם לא מלומד, פאניוס בן שמואל, מכפר אפטא (מלחמות היהודים – ספר ד', פרק ג, פס' ז, ח).

25 ראה D.E. Smith, *History of Mathematics*, כרך 2, עמ' 541-543. הספר "העגסיפוס" צוין גם ע"י W. Ahrens בספרו *Mathematische Unterhaltungen und Spiele*, בעמ' 287. בספרו של Smith נאמר כך (בעמ' 542):

באשר לשאלה באילו משיטות האלימינציה יכול היה יוספוס להיעזר מתוך שיטות האלימינציה מן העולם העתיק ומהאופן שבו ניסו לעקוף אותן אין לנו היום מידע ספציפי.

5. חידות מתמטיות "counting out"

מקור אחר אפשרי להשראה של יוספוס הן שיטות אלימינציה (או חידות) שונות אשר אמנם ידועות לנו מתקופה מאוחרת, יותר מאלף שנים לאחר זמנו של יוספוס, אולם לא מן הנמנע כי הן או דומות להן היו ידועות בעולם העתיק.

דוגמה מפורסמת לחידות אלה היא זו המיוחסת לר' אברהם אבן-עזרא ופתרונה.²⁶ מדובר היה בספינה המפליגה בים ועליה 30 נוסעים, מחציתם יראי שמים (שהם אבן-עזרא ותלמידיו) ומחציתם עובדי אלילים. קמה סערה והספינה עמדה להישבר ואז פקד רב החובל להשליך את כל החפצים לים – אולם זה לא הועיל. מחוסר ברירה הוא הורה לזרוק את מחצית הנוסעים לים. אבן-עזרא הציע כיצד לעשות זאת: הוא העמיד את כולם, כולל הוא עצמו, בשורה וקבע כי כל אדם תשיעי יש לזרוק לים, ולהמשיך כך עד שיזרקו 15 איש לים. להפתעת הנוסעים, התברר כי כל אלה שנזרקו לים היו מבין עובדי האלילים וכי אלה שנשארו על הספינה וחיהם ניצלו היו יראי שמים, ר' אברהם אבן-עזרא ותלמידיו. בפתרון לחידה מתברר כי כרי להגיע לתוצאה זו היה צורך להעמיד את קבוצות האנשים בצורה מיוחדת – בהתחלה 4 תלמידי חכמים, ואז 5 עובדי אלילים, 2 תלמידי חכמים, עובד אלילים אחד, 3 תלמידי חכמים וכדומה. מעניין הוא שבדומה לחידות אחרות מסוג זה, בחידה של אבן-עזרא אין כל הסבר כיצד הושג הפתרון, ובמשך הזמן נרשמו אך "סימנים" – משפטים שהיה בהם כרי לסייע לזיכרון, כגון – "דוד המלך בא אל גבעת אדמת ארנון בכה בכיה גדולה אמר בני בני אבשלום". האות הראשונה של

Now it is very improbable that those in charge of the selection would fail to have certain favorites, and hence it is natural that there may have grown up a scheme of selection that would save the latter from death.

26 החידה מובאת בסוף הספר מחלף שביילי הדעת של ר' משה קמחי (נפטר בנרבון כ-1190), אחיו של הר"ק; תחבולה להרב רבי אברהם נ' עזרא:

נמצא כתוב בזכרון המעשים אשר עשה החכם רבי אברהם אבן עזרא ז"ל בחייו, שפעם אחת עבר ארחות ימים והיו עמו חמשה עשר מתלמידיו וכן מספר חמשה עשר אנשים רקים ופוחזים והיינו בין הבל שלשים איש. יודי היום וה' הטיל רוח סערה גדולה בים והים היה הולך וסוער והאניה חשב להשבר, ויצו רב החובל להשליך את חצי העם אשר בספינה אל הים להקל מעליהם. וירא החכם אבן עזרא כי כן ויאמר טוב הדבר אשר דברת לעשות כי טוב שנמות חציינו משנמות כלנו. וזה הרבר אשר נעשה נפילה גורלות מי ומי ההולכים לטבוע בים. וזה דבר הגורל אשר נעשה, יעמרו כל השלשים איש בשורה אחת ונתחיל לספור מן הראשון עד התשיעי, ואותו התשיעי יושלך בים. וכן נחזור חלילה עד שכל מי אשר ילכד במספר התשיעי יושלך בים. ויאתו האנשים לעשות כן. ויאמרו אל החכם אבן עזרא קום כי עליך הרבר אתה תסדר אותנו כרצונך. ויקם ויסדר השורה באופן שתמיד במספר התשיעי נלכד אחד מן הרקים עד שהמו כלם מן הספינה והתלמידים יצאו נקיים. וזה הסדר אשר סדרם: בראשונה העמיד ר' תלמידים, ואחר כך ה' רקים, וב' תלמידים, וריק אחד, וג' תלמידים וריק אחד ותלמיד אחד, וב' ריקים וב' תלמידים וג' רקים ותלמיד אחד, וב' רקים וב' תלמידים וריק אחד.

כל מילה הוא מספר האנשים, החל מתלמידי החכמים – הקבוצה שניצלה.²⁷ לדוגמה מפורסמת זו יש גרסאות אחדות במקורות שונים והיא סוג של חידה מתמטית הקרוי counting out.²⁸ אותה חידה, בגרסה מעט שונה, מביא הצרפתי ניקולס שוקט.²⁹ בדוגמה זו מדובר ב-30 איש בשתי קבוצות, בכל אחת 15 איש, אחת של נוצרים ואחת של יהודים והיהודים הם אלה אשר נזרקים לים! שוקט מציין שאפשר להתייחס לבעיה עם מספר אחר של אנשים וגם כשזורקים לים כל אדם עשירי או אחד-עשר, ולא רק כל אדם תשיעי. גם הוא ואחרים הציעו סימנים, שהם משפטים שונים (בלטינית, באנגלית ובגרמנית) ולפי הסדר ועל יסוד כל תנועה, שכל אחת מסמלת מספר אחר, אפשר לזכור כיצד להעמיד את קבוצות הנוסעים כדי להגיע לתוצאה הרצויה. בדוגמאות האחרות הקבוצות הן של נוצרים וטורקים, והטורקים הם אלה הנזרקים לים. יצוין כי בין אלה שהתייחסו לשאלה מתמטית זו כפי שהציגו אותה גם אבן-עזרא וגם שוקט, במאה ה-16 ובמאה ה-17 היו: קארדן (1539); ראמוס, הקרוי גם פטרוס (Pierre de la Ramée) (1569); טירפלדר (1587); קלוד-גספר באשט דה מזיריאק³⁰ (בספר שפרסם³¹ לראשונה ב-1612); ואן ווסטן (1644), ו-ווילקנס (1669).

ייתכן שמקור ההשראה לחידות אלה, בהן ישנה הגרלה (עם גורלות) על סיפון של אנייה כדי לבחור אדם אחד מתוך קבוצה, הוא ספר יונה: "...לכו ונפילה גורלות ונדעה בשלמי הרעה הזאת לנו ויפלו גורלות ויפל הגורל על יונה".³² גם כאן, האנייה עמדה להישבר וכבר השליכו את הכבודה לים ועדיין הים הלך וסער. אלה שהיו על האנייה לא קבעו שה"אשם" יזרק לים אלא לאחר שהגורל נפל על יונה, הוא זה המציע: "שאוני והטילני אל הים". ואז האחרים מתפללים כי עניין זה לא יחשב להם לחטא ורק לאחר ניסיונם הכושל לחתור במשוטים אל היבשה, הם עושים את אשר הציע יונה והוא נזרק אל הים, "ויעמד הים מזעפו". המאפיין את השימוש בגורלות היא האמונה כי התוצאה אליה מגיעים בעזרתם משקפת אמת מן השמים, ואילו בחידה,

27 נוסח החידה, כאמור, מופיע בסוף הספר מ'הלך שיבילי הי'דעת (ר"ת שם המחבר) של ר' משה קמחי, שפורסם לראשונה בפיסרו ב-1508. נוסח זה נמצא במהדורות השונות, כגון אלה שהודפסו במנטובה (שכ"ג) ובלובק (תרכ"ז), אולם במהדורת מנטובה ואחרות ישנן תוספות – אופן העמדת האנשים מוצג במילים וכן הסימנים, לפי האות הראשונה: "דרוש החכמות, באשר אטומות, גלויים אלה אטומות, כערכי בניינים, גיית אבנים, כד כבד אחרונים" ו-"רם הגרים, בלט אשפוך, גורל אפיל, אטיל בים, בגאון גליו, אשליכמו, בתחבולות כתוך איים".

28 ראה W. Ahrens, *Mathematische Unterhaltungen und Spiele*, XV פרק (Das Josephsspiel), בו הן המחבר בחידות מימי הביניים (עמ' 286-289) והוא מביא פסוקים, סימנים לסיוע לזכירה – מנימוני – בצרפתית, לטינית, אנגלית וגרמנית כאשר לכל אחת מחמש התנועות מיוחסת ספרה – 1, 2, 3, 4, 5. בהצגת החידות והסימנים לפתרון אפשר לראות שהפתרון הושג, בעיקר, על ידי trial and error. וכן ראה Oring, Elliott, "On the Tradition and Mathematics of Counting-Out".

29 Nicholas Chuquet (1455-1486/1500)

30 Claude-Gaspard Bachet de Meziriac (1581-1638)

31 *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres* (problème no. 23), 1612;

2nd ed., 1624, p. 174

32 יונה א, ז.

מוצב אתגר בפני האדם לערוך ולכוון את העניין כדי להגיע לתוצאה מסוימת בה חפץ. ככלל, שיטת הגרלה/אלימינציה, בהיותה כלי שבו מתגלה כביכול רצון שמים ועל כן אפשר לפעול על פיה ללא עוררין, דווקא בשל כך הופכת להיות כלי אידאלי לביצוע רצון האדם, הרוצה לנצלה למטרותיו.

במאה ה-17 כיפן יש וריאציה של החידה. שם מדובר באיכר אשר היו לו 30 ילדים, חמישה עשר מאשתו הראשונה וחמישה עשר מאשתו השנייה. השאלה מוצגת כך: האשה השנייה רצתה שאחד מילדיה יירש את כל רכושו של אביו. לכן היא הציעה שייעמדו כולם במעגל ויספרו כל פעם עד 10 ואז יוצא ילד זה מהמעגל עד שרק אחד יישאר, והוא יהיה היורש. בעלה הסכים והאשה השנייה העמידה את כולם בצורה מסוימת, כך ש-14 מתוך 15 מילדי האשה הראשונה הוצאו. אז, בהיותה בטוחה בעצמה (ויש גרסה שזו הייתה בקשה של האב), היא הציעה שההמשך ייעשה בכיוון ההפוך מילד זה, ואז התברר שכל 15 ילדיה הוצאו מן המעגל ונשאר רק אותו ילד (מהאשה הראשונה) כיוורש אביו.



**"בעיית יוספוס" מ"שחזיצו" מאת מייקה קנרויו
(מסמיט ומיקאמי, "היסטוריה של מתמטיקה יפנית")**

רואים, אם כן, שווריאציות שונות של חידה מתמטית זו היו קיימות והופצו במקומות שונים ובתרבויות שונות. אולם, נשאלת השאלה האם הייתה לאבן-עזרא או לאחרים, או אולי לאלה שקדמו להם, חשיבה מתמטית במובן שהיה מאפשר פיתוח פתרון מתמטי כללי לבעיה מסוג זה? על פי הדוגמאות ואופן הצגת הפתרונות, נראה שההתייחסות לשאלה המתמטית מסוג זה הייתה כתרגיל והפתרון לה התקבל על יסוד הנסיון, ללא בחינה מתמטית מופשטת. אמנם, מתמטיקאים כשוקט ובאשט הבינו שאפשר לבצע את התרגיל במספרים אחרים, אולם, כפי שנראה, לא פותחה

על ידם נוסחה כללית לפתרון שאלה מתמטית מסוג כזה. כמו כן, אפשר לראות בעצם השימוש בכל מיני משפטים וסימנים ככלי-עזר לזיכרון, הכרה בכך שאפשר להגיע לפתרון בעיקר באמצעות ניסוי וטעייה. רק כשלוש מאות שנה אחרי באשט, בסוף המאה ה-19, פותח פתרון מתמטי כללי לחידות מסוג counting out על ידי המתמטיקאי והפיזיקאי הסקוטי פיטר טייט (1831-1901).³³ מתברר כי באשט זיהה³⁴ שמדובר בסוג של בעיה מתמטית אשר יש לה דמיון לזו אשר עמה התמודד יוספוס, כאשר הצליח להישאר בחיים במקום מסתור, בו הסתתר מהרומאים ליד יודפת יחד עם קבוצה של כ-40 יהודים, אשר העדיפו למות ולא להסגיד את עצמם לידי האויב. כידוע, לאחר שיוספוס אינו מצליח לשכנע אותם שאין זה רצוי להתאבד או למות, הוא מציע שתיערך הגרלה שתקבע את סדר ואופן ביצוע ההוצאה הקבוצתית להורג, והוא מספר כי באורח פלאי האחרונים שנשארו מהגרלת מוות זו היו הוא ועוד אחד, וכי הוא שכנע אדם זה להישאר בחיים ולהסגיד את עצמו לרומאים יחד עמו, כפי שאכן עשו. מאז באשט ובעקבותיו, סוג כזה של בעיה מתמטית כונה "בעיית יוספוס".

"יתכן שבין המאפיינים המרכזיים לחידות אלו נמצאת קביעת הכללים מראש, כלשון חידת אבן-עזרא: "קום כי עליך הדבר אתה תסדר אותנו כרצונך...". ומשנקבעו הכללים (כיצד להעמיד את האנשים, היכן מתחילים, אילו דילוגים וכדומה) אזי נפתחות אפשרויות לתכנון התוצאה וכך גם לגבי ההגרלה ביודפת, כשהיוזמה להגרלה ואופן עריכתה באים, שלא במפתיע, ממי שייצגל ממנה.

יש לסכם ולומר, כי גם לפני פתרונו של טייט, שהשתמש בנוסחאות מתמטיות ובמתמטיקה מודרנית, נמצאו פתרונות לחידות, בין בשיטה מתמטית כלשהי ובין על ידי ניסוי וטעייה. על כן, יוספוס בוודאי היה יכול לערוך הגרלה מן הסוג הזה, לקבוע לה כללים ולארגן מראש היכן עליו להעמיד את עצמו כדי שיישאר אחרון ובכך להציל את חייו.

33 Peter Guthrie Tait (1831-1901). את הפתרון ניתן למצוא ב-*Collected Scientific Papers*, 1900.
 34 באשט מתייחס למקרה יוספוס בהקדמה לספרו *Problèmes plaisants* (ובין היתר כדי לומר שאל לנו לחשוב שלתרגילים מתמטיים כספרו אין שימוש מעשי) ובמפורט ב-problème מס' 23 (חידת 30 הנוצרים והטורקים על האנייה), ובעניין זה ראה לעיל על חידות מתמטיות וכן הערה 12. את הצעתו כיצד נערכה הגרלה כגון זו של יוספוס מציג באשט כך:

Et bien qu'il ne particularise pas assez cette action, toutefois par ce qu'il dit nous nous pouvons imaginer comme le tout se passa. Car, ainsi qu'il raconte, il y eut quarante soldats qui se sauvèrent avec Josèphe dans le caveau, si bien qu'à compter ledit Josèphe, ils étaient en tout 41. Partant, supposons qu'il ordonna que comptant de 3 en 3 on tuerait toujours le troisième, il est certain que, procédant de la sorte, tu trouveras qu'il faut que Josèphe se mit le trente-unième après celui par lequel on commençait à compter, au cas qu'il visât à demeurer en vie lui tout seul. Mais s'il voulut sauver un des compagnons, il le mit en la seizième place, et s'il en voulut sauver encore un autre, il le mit en la trente cinquième place.

יש לציין כי ייתכן שהראשון שמצא כי קיים דמיון בין חידות כאלה ל"מקרה יוספוס", כבר ב-1539, היה קארדן, בספרו *Practica Arithmeticae Generalis*.

נקודה חשובה היא שנמצאה מקבילה דווקא בין החידות לבין האירוע ביורפת, מאחר שהבינו כי הגרלה מעין זו הייתה כה מתאימה לצורכי יוספוס בזמנו, אולם אין כלל אינדיקציה שהידות כאלה היו ידועות ליוספוס.

6. מסורת מתמטית עתיקה – הפיס בבית המקדש

מבוא

נשאלת השאלה כיצד הגיע בכל זאת יוספוס לחידה מתמטית כזו ופתרונה? האם היו לו מקורות לכך? האם הייתה מסורת מתמטית בעולם היהודי הקדום שהכיר? ואכן, אין בידיעתנו האם פותחו נוסחאות לסוג כזה של חישוב, כפי שנעשה רק במאה ה-19, או שמא השתמש יוספוס ב-trial and error ואותיות ופסוקים ככלי עזר לזיכרון כפי שנעשה בימי הביניים.

ההשערה שלנו היא שיותר משנעזר בידיעותיו לגבי שיטות גורלות/אלימינציה אחרות שייתכן שהיו ידועות לו, הסתמך יוספוס על מסורת מתמטית יהודית עתיקה שהיה לה ביטוי ב"פיס" שנערך בבית המקדש ובה נעזר בעת שערך את ההגרלה ביורפת. יוספוס היה כהן ובוודאי הכיר את "הפיס", שיטת בחירת הכהנים ל"עבודה" במקדש, כפי שאנו לומדים ממסכת יומא. שיטת הפיס הייתה שיטת הגרלה, בה סופרים עד למניין שנקבע מראש ואז אותו כהן אצל הסתיימה הספירה הוא הנבחר למטלה זו או אחרת, ובוה יש דמיון מסוים לחידות אבן-עזרא, שוקט ובאשט; ואילו ההגרלה שמתאר יוספוס – באמצעות גורלות – נראית על פניה שונה. אולם, שונה הוא הפיס מחידות אבן-עזרא, שוקט ובאשט ומהגרלת יוספוס בכך שנבחר אדם (כהן) אחד עם סיום המניין, ואילו בהגרלת יוספוס ובחידות השונות שיטת ההגרלה מוציאה כל פעם אדם אחד מקבוצה הולכת וקטנה של אנשים. אולם ייתכן שהבדל זה אינו משמעותי, בכך שהוא רק הברל של דרגה, בין התכנון לפיס ממנו נבחר אחד ותכנון להגרלה שבה נבחרים רבים יותר מקבוצה הולכת וקטנה עד לאחרון שבה (ובחידות, עד למחצית הקבוצה). כמו כן, אמנם הבסיס לחידות הינו הרילוג כל פעם (של אותו מספר) ועל פניו נראה זה שונה, הן מהפיס בו נבחר רק אחד והן משיטת "גורלות" של יוספוס, אולם עדיין ייתכן שתמרונים שנהגו בהם או שהיו חלק מן הפיס שימשו יסוד והשראה להגרלה שערך יוספוס. יש להוסיף ולציין כי יוספוס נמנע מלמסור פרטים על שיטת ההגרלה שלו ואין הדבר מפתיע, במיוחד כשיש להניח שרצה להסתיר כי השתמש בשיטה שאפשרה לו לתכנן את התוצאה. האם ה"גורלות" היו אמצעי לקבוע מספר ל"דילוג" או למניין? על כן שאלהנו במקומה, האם בהגרלה שהציע וזים ביורפת השתמש יוספוס בשיטה דומה, באופן כלשהו, לזו של הפיס שנערך ממש באותם זמנים בבית המקדש?

במקורות בהם מתוארת שיטת הפיס, בשונה מ"בעיית יוספוס" (כפי שהגדיר באשט) ודוגמאות שוקט ואבן-עזרא, המניין הוא מספר גדול יותר ממספר המשתתפים בפיס, אבל העיקרון הבסיסי זהה, דהיינו בחירת אחד מתוך קבוצה. בכית המקדש, כפי שעולה מהמקורות עצמם, היה חשש מ"רמאים", דהיינו היו כאלה שרצו להטות את תוצאת ההגרלה, מסיבות שונות. חשש כזה לא הובע ביחס לשיטות הגרלה אחרות במקורות, גם אם ננקטו אמצעים להבטיח את תקינות ההגרלה,

לדוגמה בעניין בחירת השעירים, כפי שראינו. בעניין הפיס, ייתכן שהכהנים היו מסוגלים לחזות ולתכנן את התוצאות והשתדלו להעמיד את עצמם בצורה זו או אחרת כדי שהמניין יסתיים בהם. כפי שנראה בהמשך, ייתכן שהיו אפילו דרכים לגיטימיות כדי להשפיע על תוצאת הפיס. עצם רעיון הפיס היה כדי למנוע תחרות, שלפעמים הייתה מסוכנת, בין הכהנים, לזכות בתפקידים – ועל כן, האם סביר לחשוב שלא ניסו להטות את ההגרלה? אבל, כיצד אפשר היה להשפיע על דבר שהיה נראה על פניו הגון ומבוסס על מקרה? כפי שנראה, חלק מן הנתונים – אצל מי הפיס מתחיל, המניין ואולי מספר הכהנים המשתתפים – היו ידועים, ומשכך האם אי אפשר היה לחזות או לתכנן את התוצאה? לא ידוע לנו אם בקרב הכהנים היה ידע מתמטי או מסורת מתמטית שאפשרו להם לפתור את חידת הפיס ואם הצליחו לחזות את תוצאות הפיס בניסיונות כלשהם, אבל אין ספק שלא הייתה חסרה מוטיבציה לזכות בפיס והיו חשדות בעניין "רמאים". כמו כן, כפי שנראה, ביחס לפיס ייתכן כי היו דרכים לגיטימיות לתכנון התוצאה, ולפיכך אולי גם פיתחו שיטות מתמטיות שונות כדי לזכות בו. אי לכך, נתייחס בהמשך למה שידוע לנו על אודות שיטת הפיס, תוך שימת לב לכך שמדובר בשיטה שהייתה קיימת בזמנו של יוספוס ואשר הוא כנראה חזה בה במו עיניו.

כיצד נערך "הפיס"

מהו הפיס? לשם מה היה נחוץ? זוהי שיטת הגרלה לחלוקת עבודות הכהנים בבית-המקדש. אנו לומדים על הפיס מהמשנה והגמרא וכן ממקורות מאוחרים, אולם בל נשכח כי יוספוס חי לפני שבית-המקדש נחרב (וגם אחרי חורבנו) וראה במו עיניו כיצד נהגו בו. ייתכן כי יוספוס, בתור כהן, אף השתתף בפיס ויש להניח כי ידע בדיוק כיצד הוא נערך, הלכה למעשה. לנו אין מנוס מלעייין במקורות, אשר ניסוחם גובש לאחר חורבן בית-המקדש ואשר אינם מתארים באופן מלא וחד-משמעי את שיטת הגרלה זו ולכן נוכל לדלות מהם מושג מעורפל בלבד לגבי התנהלות הפיס באותם זמנים לפני חורבן בית-המקדש.

אפשר לציין מראש כמה דברים העולים מן המקורות עצמם: א. הייתה תחרות, לפעמים קשה, כדי להשיג תפקידים, ומכך אפשר להסיק שהייתה מוטיבציה לזכות בהגרלה; ב. היה חשש שמא ינסו "רמאים" להערים על השיטה; ג. ישנם הבדלים בין גישות שונות ולהם השלכות כאשר למניפולציות אפשריות – לגישת הגמרא על פי רש"י ישנם פזות משתנים בלתי-ידועים בהגרלה ואילו לגישת הירושלמי ועל פי הרמב"ם מצויים בהגרלה אלמנטים המקשים על חיזוי תוצאותיה מראש.

על אודות ארבעת הפייסות שנערכו במקדש מסופר במשנה (יומא פרק ב), וכך לשון המשנה:³⁵

בראשונה, כל מי שרוצה לתרום את המזבח, תורם; ובזמן שהן מרובין, רצין ועולין בכבש, וכל הקורם את חברו בארבע אמות זכה. ואם היו שניהם שוין, הממונה אומר להם: הצביעו; ומה הן מוציין? אחת או שתיים, ואין מוציין אגודל במקדש.

כאמור, הייתה שיטה של הגרלות לעבודות במקדש, אולם בהתחלה "לא תיקנו גורל" ל"תרומת הדשן" (שעיקרה הרמת הגחלים ממערכת האש שעל גבי המזבח והנחתם ב"בית הרשן" הסמוך למזבח³⁶). הסיבה שלא תיקנו גורל לעבודה של "תרומת הדשן" הייתה מאחר ומדובר היה בעבודה שנעשית בעלות השחר וצריכים להשכים לה וחששו שאם יגדילו אותה לא ירצו כהנים רבים לוותר על השינה בשעה זו ולהטריח עצמם להשכים לה מספק ולכן קבעו שכל כהן הרוצה "לתרום" תורם ונמצא כי הזריזים משכימים לה. המשנה מציינת כי "כומן שהן מרוכין", במקרה שהיו כמה כהנים באים כאחד, בוחרים את התורם בדרך זו: אותם כהנים היו רצים ועולים בכבש של המזבח, ואז כל הקודם את חברו להיכנס בתוך ארבע האמות העליונות של הכבש, הסמוכות למזבח, וזה לתרום את הדשן. אולם, אם הגיעו שניים שהיו שווים בכניסתם לאותן ארבע אמות, היה הממונה על הפייסות אומר לכל הכהנים הנמצאים: "הצביעו", דהיינו, הוציאו אצבע, והיה בוחר את התורם בגודל על ידי ספירת אצבעותיהם. זה היה הפיס הראשון, ובהמשך מפרטת המשנה את העבודות הקשורות לפיס השני, השלישי והרביעי.

את האופן בו נערך הפיס מתאר רש"י³⁷ כך: הכהנים עומדים במעגל³⁸, והממונה בא ונוטל המצנפת מעל ראש הכהן שממנו יתחיל לספור. כל כהן מוציא אצבע כדי להימנות. הממונה מכריז שמי שהמניין ייגמר בו יזכה בעבודה והוא מזכיר מספר גורל בהרכה ממספר הכהנים הנמצאים, לדוגמה שישים או מאה. הוא מתחיל למנות מהכהן שנטל מראשו המצנפת וסובב והולך ומונה את העומדים במעגל וחוזר עליהם כמה פעמים עד שמגיע למספר שנקב. מי שהמניין כלה בו, הוא הזוכה. זהו הסדר לעריכת כל הפייסות במקדש.

לדעת רש"י, כפי שראינו, הממונה המחליט מאיזה כהן יתחיל המניין הוא גם זה שקובע את המספר שיימנה, אבל יש מהראשונים שהקשו שבדרך זו יש לחשוש לרמאות, שהממונה יכוון לטובת חברו ומכרו בין הכהנים, ולכן רעתם היא שהמספר נקבע על ידי אחר.³⁹ בעניין זה אומר הריטב"א: "כדי שידעו מהיכן יתחילו למנות היה שם ממונה שנוטל מצנפת מאי זה שירצה, וממנו הגורל מתחיל וזה שנוטל המצנפת לא היה יודע סך המנין, והאומר המנין לא היה יודע ממי יטלו המצנפת, שאם כן היה מבין במי ישלם המנין והיה יכול להפיס למי שירצה, אלא ודאי

36 לפירוט עבודה זו, ראה משנה תמיד א, ד.

37 רש"י, יומא כב ע"א.

38 ראה יומא כה ע"א – שם מובאת ברייתא לפיה הפיס נערך בלשכת הגזית (שהייתה כמין בסילקי גדולה) במזרחה וכי הכהנים מוקפים ועומרים בעיגול כמין "בכוליאר" (המילה נכתבת גם: "כוכליאר", "כוכלייר" דהיינו, תכשיט עגול ורש"י, במקום, וכן שבת סב ע"א) באמצעותו אשה קושרת הקצוות הפתוחים של חלוקה – כנראה הייתה לו צורה של ספיראלה - cochlea (באנגלית) - cochlea הינו איבר מהאוזן הפנימית. וצורתו ספיראלה כקונכיית שבלול).



39 ראה ריטב"א, תוספות ישנים, תוספות הרא"ש, מאירי וכן רמב"ם, הלכות תמידין ומוספין ד, ג-ה, המובא בהמשך.

כדאמרן וכן פירשו בתוספות". על פי המשנה, אפשר להוציא אצבע אחת או שתיים, אולם "אין מוציאים אגודל במקדש" – וטעם האיסור כפי שמוכח בברייתא⁴⁰ "מפני הרמאים", כפי שנפרט להלן.

לבסוף, כפי שמסופר בהמשך במשנה⁴¹, ביטלו החכמים את ההסדר האמור של ריצה על הכבש בעניין "תרומת הדשן", מפני מעשה שהיה: שני כהנים שהיו שווים רצו ועלו ככבש כדי לזכות במצווה ואחד דחף את רעהו שנפל ונשברה רגלו, אז הבינו שבריצה על הכבש טמונה סכנה והתקינו לשנות את הנוהג הקודם, וקבעו כי תרומת הדשן לא תעשה אלא בפיס, בדומה לשאר העבודות שבמקדש. בגמרא⁴² מובא מעשה נוסף (מן התוספתא) הממחיש את התחרות הקשה שהייתה בין הכהנים לזכות בעבודת תרומת הדשן. מסופר על שני כהנים שרצו ועלו ככבש ונכנס אחד לפני האחר לתוך ארבע האמות הקרובות למזבח ובכך זכה שיהיה התורם את הדשן, והכהן השני נטל סכין ותקע לו (לראשון) בלבו. אז בא אביו של הכהן ההרוג ומצאו כשהוא מפרפר, שעוד לא יצאה נשמתו, ואמר: "עדיין בני מפרפר, ולכן לא נטמאה סכין" (ויש להוציאה), ועל כך מעירה התוספתא: "ללמדך שקשה עליהם טהרת כלים יותר משפיכת דמים". על כן, פעמיים אירעו תקלות במירוץ הכהנים לזכות בעבודת תרומת הדשן, האחת המוזכרת במשנה, שבה נשברה רגלו של אחד הכהנים, והאחת המוזכרת בברייתא כאן שבה נהרג אחד הכהנים. שאלה היא, כמובן, אם ביטלו החכמים את הריצה על הכבש בעקבות המעשה שקרה שגרם לפציעתו של כהן, כיצד אירע האירוע האחר, היותר חמור, בו נהרג אחד הכהנים? התשובה לכך היא, כנראה, שהאירוע האחר, החמור יותר, קרה לפני האירוע עם הפציעה וחרף חומרת המעשה לא הוחלט לבטל את הריצה אז.

באשר לספירה ועל יסוד האמור במשנה: "ומה הן מוציאים? אחת או שתיים, ואין מוציאים אגודל במקדש" שואלת הגמרא⁴³ "השתא שתיים מוציאים אחת מבעיא?!" (והרי אם ניתן להוציא שתיים, ברור כי ניתן להוציא אחת שעדיפה היא הוצאת אצבע אחת על הוצאת שתיים, שלא יהיה כל מקום לטעות במניין!) ומשיב רב חסדא, "לא קשיא, כאן בבריא, כאן בחולה", כי מוציאים [אצבע] אחת, והכוונה לבריא, או שתיים, אם חולה (ורש"י מסביר במקום, "חולה: אינו יכול לכבש אצבעותיו, וכמוציא אחת – יוצאה חברתה עמה") מותר לו להוציא שתיים ויימנו כאחת. הגמרא ממשיכה ומביאה ברייתא שמרחיבה על כך, ומפורש בה כדברי רב חסדא, כפי שראינו: "והתניא אחת מוציאים, שתיים אין מוציאים", אך "במה דברים אמורים? בבריא, אבל בחולה אפילו שתיים מוציאים" (כמבואר לעיל) וכן "והיחידין מוציאים שתיים" (הכוונה לחולים שיושבים לכתוב או לחלמידי חכמים אשר בהתחשב בנוחות, מאפשרים להם להוציא שתי אצבעות במקום אחת, ואין סכנה שבכך יהיה טעות במניין): "ואין מונין להן, אלא אחת", דהיינו, לאותם

40 יומא כג ע"א.

41 משנה יומא ב, ב.

42 יומא כג ע"א.

43 שם.

כהנים המוציאים שתי אצבעות, מונים להן כאחת. על כך, מקשה הגמרא, מאחר וישנה ברייתא אחרת, "אין מוציאין לא שלישי [האצבע השלישית עם האצבע לידה] ולא גודל [האגודל עם האצבע לידה] מפני הרמאים ואם [עבר אחד הכהנים על הוראה זו ו-] הוציא שלישי, מונין לו; גודל, אין מונין לו [עפ"י רש"י] — אין מונין אותו כלל, אלא מוציאין אותו מבין הכהנים העומדים למניין ולא עוד [אלא] שלוקה מן הממונה בפקיע [סוג של עונש מלקות], ממנה משתמע לכאורה שמונים לו את השלישי בנוסף לאצבע, והרי זה סותר את הברייתא הראשונה לפיה "אין מנין להן אלא אחת!" — ולכן מבארת הגמרא שיש לפרש את לשון הברייתא השנייה במשמעות אחרת, "מאי מונין לו נמי? אחת", גם הלשון "מונין לו", האמור בברייתא השנייה, פירושו שמונים לו אחת, ולא שתיים (בניגוד למי שהוציא אגודל, שאין מונים לו אפילו אחת, עפ"י רש"י).⁴⁴ בשונה מן האמור לעיל (שכך מפרש הגמרא רש"י ואחרים) סבר הרמב"ם, כפי שנראה בהמשך, שאפשר להוציא יותר מאצבע אחת ולמנותן כפי שהן, ולא כאחת.

החשש מרמאים

הטעם ל"אין מוציאין אגודל במקדש", כאמור במשנה, הוא מפני הרמאים, שמבקשים להימנות פעמיים ולקלקל את המניין האמיתי, כפי שמסביר רש"י: "בגמרא מפרש מפני הרמאין כשיקרב המניין לכלות ויביט למי יכלה יוציא זה העומד לפניו שתי אצבעות כדי שימנה בשני בני אדם וימהר המנין לכלות בו והממונה לא יבין לפי שאדם יכול להרחיק אגודל מן האצבע הרכה ונראין כאצבעות ב' בני אדם".⁴⁵ כך שבשעה שיתקרב המניין לסימומו ויחשבו במי המספר יכלה, יוציא אגודל ועוד אצבע הרחוקה ממנו, כדי שהממונה יטעה וימנה אותן כשתיים, ועל ידי כך יקרב את המניין שיכלה בהם. מה שחשוב הוא עצם הקביעה "מפני הרמאים", דהיינו, שהיה קיים חשש מנסיון להטות את התוצאה. כאן יש להוסיף שאם חושבים על הנסיבות, לא קל היה לכהן להוציא בנוסף לאצבע אגודל כדי להימנות פעמיים כאשר כל אחד מסתכל ומעוניין לדעת מי יזכה. נשאלת השאלה כיצד הכהן היה יכול להוציא בהסתר אגודל ועוד אצבע רחוקה כדי שהמניין יכלה בו, דהיינו שההגדרה תסתיים אצלו. נראה שהכוונה איננה דווקא לסיום המניין באותו סיבוב אלא לחישוב שמחייב תחכום מתמטי מסוים, כגון כאשר בסיבוב כלשהו אותו כהן מעוניין שהוא ייחשב לשניים כדי שההגדרה תסתיים אחד קודם בסיבוב כלשהו הבא אחריו. ייתכן גם כמובן שהרמאות שממנה חששו איננה דווקא בהטעיית הפיס לטובת אותו כהן אלא כאשר כהן אחד פועל למען חברו.

44 ההסבר לברייתא השנייה לפי רש"י ואחרים אינו פשוט מאחר ובמקרה השלישי אין התייחסות לחולה/כריא (או ל"יחידים") אשר לגבי מקרים אלה הוצאת שתי אצבעות מותרת ויש למנותן כאחת. ניתן לסכם את שיטת רש"י כך: לא משנה כמה אצבעות הוציא הכהן, אחת או שתיים, מונים להן כאחת, אולם אם הוציא הכהן אגודל הוא נפסל לגמרי מן המניין. מעיקר הדין, יש להוציא אצבע אחת, אבל אם מוציאים יותר (שאינן לעשות כך מלכתחילה) יש למנותן כאחת. לכן המקרה שבברייתא השנייה, בו ישנן שתי אצבעות (השליש והאצבע) אשר נספרות כאחת, תואם את המקרים האחרים (החולה ו"יחידים") עפ"י גישתו. הרמב"ם (על פיו אפשר למנות גם יותר מאצבע אחת) מסביר בצורה אחרת את אותם מקרים בהם שתי אצבעות נספרות כאחת, כפי שנראה בהמשך.

45 רש"י, יומא כב ע"א, ד"ה ואין מוציאין אגודל במקדש.

האם יוספוס הציל את עצמו בזכות ידיעותיו במתמטיקה?

מעניין הוא כי הרמב"ם במשנה תורה⁴⁶ מתאר את הפיס באופן אחר:

[ג] כיצד מפיסין? עומדין בהיקף ומסכימין על מניין שמונים, מאה או אלף או כל מניין שיסכימו עליו, והממונה אומר להם הצביעו והן מוציאתן אצבעותיהן אחת או שתיים, ואם הוציא שלש מונין לו שלש, ואין מוציאתן גודל במקדש מפני הרמאים שהגודל קצר ונוח להוציאו ולכפותו, והמוציא גודל אין מונין אותו לו. [ד] ומתחיל הממונה למנות מן האיש הידוע שהסיר מצנפתו תחילה, ומונה על אצבעותיהן וחוזר חלילה עד שישלים המניין שהסכימו עליו והאיש ששלם המניין אצל אצבעו הוא שיצא בפייס ראשון לעבודה. [ה] ולמה מונין המניין שהסכימו עליו על האצבעות שהוציאו, ולא היה מונה על האנשים עצמן – לפי שאסור למנות את ישראל אלא על ידי דבר אחר, שנאמר 'יפקדם בטלאים' (שמואל א' טו, ד).

בשונה מהגמרא על פי רש"י, לפיה כל כהן בעצם נחשב כאחד ללא קשר למספר האצבעות שהוציא והממונה הוא זה שקובע את מניין הפיס, בתיאור הרמב"ם אפשר למנות עד שלוש אצבעות לכהן⁴⁷ (ולא האגודל) ומניין הפיס נקבע בהסכמה – מרכיבים ומשתנים נוספים שיש בהם גם כדי להקשות על חיזוי התוצאה. יצוין כי קשה להבין גרסה אחרת של הרמב"ם בפירושו למשנה, לפיה כהן מוציא שתי אצבעות אם הוא בריא, ואצבע אחת דווקא אם הוא חלש או חולה – שיטה שנראית כשיטה מוחלפת מזו שראינו.

בהתייחסות הרמב"ם ל"חשש מרמאים" הוא מסביר כי הרמאות מתאפשרת כיוון "שהגודל קצר ונוח להוציאו ולכפותו" ואפשר להסיק מכך כי בין אם היא נועדה לגרום לכך שההגדלה האמורה להסתיים בכהן אחריו אלמלא הרמאות, תסתיים אצלו (וכאן עליו להוציא אגודל ואצבע רחוקה כדי לגרום לכך שייספר כשניים בסיבוב כלשהו) ובין אם ההגדלה הייתה מסתיימת לפניו אלמלא הרמאות (ואז עליו לכפות את האגודל כדי שלא ייספר בסיבוב כלשהו), נדרש תכנון לסיבובים הבאים ולא דווקא לאותו סיבוב. מכאן עולה שאין ספק שהרמאות ממנה חששו מורכבת וכרוכה הן בתחכום והן בתכנון מתמטי מסוים.

כאשר לרמאות שממנה חששו, הכוונה היא להוצאת אגודל עם אצבע רחוקה, דבר שיגרום

46 רמב"ם, משנה תורה, הלכות תמידין ומוספין ד, ג-ה.

47 נראה כי עפ"י המשנה תורה, שאיננו מתייחס לחילוק בין בריא וחולה (אשר משמש לבסיס עפ"י שיטות שונות, כאמור, לכך ששתי אצבעות נספרות כאחת), יש למנות את האצבעות כפי שהן, אחת, שתיים ואף שלוש (ואפשרות זו נראית על פניה תמונה לאור הקביעה במשנה "אחת או שתיים", אבל לא מונים את האגודל – "המוציא גודל אין מונין אותו לו", דהיינו את האגודל לא מונים. בתשובת הרמב"ם (ס' קכו, מהר" בלוי), בהמשך, אפשר לראות בהתאמה כי אמנם מלכתחילה אין להוציא שלוש אצבעות, אולם בדיעבד מונים להן וכי את האגודל לא מונים (כשונה מרש"י, שלפיו הוצאת האגודל מביאה לפסילת הכהן מן המניין). יש לציין כי ייתכן שהשימוש במונח "שלש" ברמב"ם, כשלוש אצבעות לעומת "שליש" המופיע בגמרא, והכוונה לאצבע השלישית אשר מלכתחילה אין להוציא אבל בדיעבד מונים לה, בניגוד לאגודל (וכנראה מאחר ואין לגבי השליש אותו חשש לרמאות). הוא זה שגרם לחוסר-בהירות בשיטות, ראה לחם משנה על הרמב"ם. הלחם משנה מעלה אף את הסברה כי ייתכן שלרמב"ם הייתה גרסה אחרת של הגמרא.

לספירה של שתיים במקום אחת, או במהלכה של הספירה לכפות את האגודל כדי שהאצבע לא תיספר, וההשלכה היא, כפי שראינו, הקדמה או דחייה באחד של המשך מהלך הפיס. מאופי הרמאות שממנה חששו קשה להבין את אותן השיטות, לפיהן אפשר היה להוציא יותר מאצבע אחת, כגון שיטות הרמב"ם וירושלמי. הרי הרמאות שממנה חששו מתוארת גם במקורות אלה כהוצאה או כפיתה של אגודל – והלוא, אותו חשש, אולי ביתר שאת, קיים ביחס לאצבעות הרגילות, הקרובות יותר זו לזו. לפיכך שיטת רש"י על הגמרא נראית על פניה מובנת יותר. אפשר לשער כי בכך שהרמאות, לפי כל הפירושים, קשורה דווקא להוצאה או כפיתה של האגודל (ולא דווקא בהוצאת אצבעות) שעיקר החשש היה בתנועה קלה במהלך ההצבעה אשר קשה להבחין בה וכי הוצאת האצבעות הייתה אמצעי תמרון אשר אם נעשה בתחילת ההצבעה היה אף לגיטימי על פי שיטות שבהן אפשר למנות יותר מאצבע אחת. מאחר ולפי הרמב"ם (וגם הירושלמי) כהן רשאי להוציא יותר מאצבע אחת שגם נמנה, כהן אחד יכול להיספר יותר מפעם אחת באופן לגיטימי, ללא כל רמאות. לפי שיטות אלה, מחד גיסא אפשרויות התמרון לזכות בפיס נרחבות יותר, ומאידך גיסא העובדה שכהן רשאי להוציא כמה אצבעות, ולא רק אחת, וכי אלה יימנו, משמעותה מתן לגיטימציה לתמרון מסוים במטרה לזכות בפיס. זו השלכה ישירה ומעניינת משיטת הפיס על פי שיטות הירושלמי והרמב"ם, כאשר על פי רש"י ותוספות אי אפשר בכלל לתכנן תוצאה הרצויה לאותו כהן ללא "רמאות".

מעניין כי נמצאה תשובה של הרמב"ם⁴⁸ המתארת את הפיס ביתר הרחבה מהאמור במשנה תורה והמנסה להסביר וליישב בין הגרסאות השונות. באשר למספר האצבעות שאפשר להוציא נאמר בתשובה: "ויוצא כל איש מן האנשים כפי רצונו אצבע אחת או שתיים ולא יוציא שלוש, כדי שלא יטה אותה כשירצה ויאמר 'לא הוצאתי אלא שתיים', ולא יוציא אגודל בכלל האצבעות לפי שאגודל לקוצרו יכול לפרושו לכשירצה ולומר 'לא הוצאתי אלא אחת'. וכאשר יוציא האצבעות, יתחילו במנין מאצבע האיש, אשר פקד הממונה, אל אצבעו השניה, אם הוציא שתיים, אל אצבע מי שסמוך לו. וכן יקיף על מספר האצבעות ויסובב למנותן, ר"ל האצבעות, סיבוב אחרי סיבוב, עד שישלם המספר אשר הסכימו עליו". יצוין כי הנאמר בתשובה "ולא יוציא שלוש" הכוונה היא שאין להוציא מלכתחילה שלוש אצבעות, אבל אפשר למנותן בדיעבד, באופן התואם את דברי הרמב"ם במשנה תורה. באשר לרמאות ממנה חששו, נאמר כך: "ואופן הרמאות בכוון הגדל ובפשיטתו הוא, שמי שהוציא הגדל יכוון לבו למנין, כשיראה כלל האצבעות שמוציאים ויסכמן בנפשו, שהרי יודע הוא המספר שהסכימו עליו והאיש שממנו התחיל המנין, ויתברר לו בהכרח בתחילת מחשבתו, אצל איזה איש ייגמר המנין; וכשיקרה שאם יחשבו לו שתי אצבעות, ייגמר הסיבוב אצל זולתו (דהיינו, האיש העומד בצדו קודם לו), ואם יחשבו לו שהוציא אצבע אחת, ייגמר המנין אצלו בסיבוב האחרון, אז יכווננה וישאיר אצבע אחת. וכן אם יתברר לו, שאם יחשבו לו שתי אצבעות, ייגמר בסיבוב האחרון המנין אצלו, אז יפשטנו, כדי שימנו לו

48 תשובות הרמב"ם, ס' קכו (מהדורת בלוי).

שתי אצבעות. ולכן כל מי שמוציא גודל, אין מתחשבין לו בו ומכין אותו ומכתו שוט אחת". בהמשך מסביר הרמב"ם (בדומה לנאמר במשנה תורה) מדוע ספרו אצבעות במקום את הכהנים עצמם: "והיתה התשובה 'אסור למנות את ישראל ואפילו לדבר מצווה' ולכן יוציאו האצבעות, כדי שימנו האצבעות ולא האנשים".

באשר למספר האצבעות שאפשר להוציא ולמנות, מסביר הרמב"ם בתשובתו, ובניגוד לפירושים אחרים כגון זה של רש"י, כי בהתייחסות הגמרא למקרים שבהם שתי אצבעות נספרות כאחת, הכוונה למקרים בהם אמנם הוציא הכהן שתי אצבעות (ולפי שיטתו היו מונים להן שתיים) אבל מונים להן כאחת "אם אחת מן השתים גודל".⁴⁹ באופן זה⁵⁰ מנסה הרמב"ם ליישב את הסתירה בין הגמרא, על פי פירוש רש"י ואחרים, ובין שיטתו, לפיה ייתכנו מקרים בהם יוציא כהן יותר מאצבע אחת ויש למנותן כפי שהן.

אופן עריכת הפיס – מסורות שונות ומסקנות

עצם העובדה שהיו מסורות שונות לגבי אופן ביצוע הפיס, ורוקא באשר לאלמנטים שיש להם השלכות על מידת "המקירות" שבו, הוא דבר מעניין. לפי הרמב"ם, הכהנים הם אלה ש"מסכימים" על המניין, כלומר לא הממונה הוא זה הקובע את המספר – והדבר נועד למנוע מהממונה

49 יצוין כי בכך מציג הרמב"ם גישה שונה מפרשנים אחרים. לפי גישתו, כאשר הכהן מוציא אצבע כלשהי עם אגודל יש למנות כמניין את האצבע "הכשרה" ולא למנות את האגודל, וע"כ באותם מקרים שבהם שתיים נספרות כאחת, פירושו הוא שכך היה למנות כאשר אחת מן האצבעות אגודל, ואילו רש"י (ואחרים), בנסיבות אלה, היה פוסל את הכהן מן המניין. ע"כ, לפי גישת הרמב"ם כשמוציא כהן אצבע ושליש, יש למנותן כשתיים, ואילו עפ"י הגישה האחרת (של רש"י) יש למנותן כאחת. ככלל, לפי רש"י הוצאת אצבעות (בשונה מהוצאת אגודל) אינה משפיעה על תוצאות הפיס, מפני שאי אפשר להרחיק כל שתי אצבעות אחרות כל כך זו מזו, ותמיד יהא ניכר שהן מכהן אחד [אך, אף על פי שאין הכהן יכול לרמות ע"י הוצאת שתי אצבעות שאינן כוללות האגודל, מכל מקום אסור לו לעשות כן אלא אם הוא חולחל.

50 כך נוסח התשובה [קכו] (בתרגום העברי) בסיומה: "וישם נאמר ויזמא ככ א' וזמא הן מוציאין אחת או שתיים'. והקשה [שם, כג א'] 'השתא שתיים מוציאין אחת מיבעיא' ר"ל אם מותר לו לאדם להוציא שתי אצבעות ויחשבו לו כשתיים, (כלום) צריך לפרש לנו, שמי שמוציא (אצבע) אחת, תיחשב לו כאחת. והיתה התשובה. שהבריא יוציא אחת ויחזיק שאר אצבעותיו והחולה בגלל חולשתו לכרוצן בחזקה יוציא שתיים, אבל לא ייחשבו לו אלא כאחת. והביא בריתא המחזקת דבריו והיא 'אחת מוציאין שתיים אין מוציאין ויחידים מוציאין שתיים' והערה: זה יורה שלא היתה ג' רבי' בגמרא 'במה דברים אמורים בבריא אבל חולה אפילו שתיים מוציאין' כמו שנמצא לפני'. וכן ליתא בתוספתא ואין מונין להם אלא אחת'. והקשה (התלמוד) על זאת הבריתא, אשר אמרה שהמוציא שתיים ייחשבו לו כאחת ואין מונין להם אלא אחת 'והתניא אין מוציאין לא שלש ולא גודל במקדש מפני הרמאין, ואם הוציא שלוש, מונין לו, גודל, אין מונין לו, ולא עוד, אלא שלוקה מן הממונה בפקיע'. והיה התרוצן [ההתאמה בין שניהם] 'מאי מונין לו אחת אגודל' ותיבת אגודל ליתא לפני' בגמרא וגם רש"י ותוס' לא היו גורסין כן ובפיי' המשניות יומא פ"ב מ"א נראה שנמצא שם טעות המעתיקים (אך אותה הגרסה נמצאת גם ב-Corpus Codicum Hebraicorum, p. 323, I. Blau). ע"ד מינוי האצבעות ע"י ת' האי גאון בתה"ג הרכבי סי' ש"ל (והת"ג מתוך הגניזה הוצ' אסף עמ' 98) ות' רבי' חננאל שהו"ל גינצבורג גש"ב 346. ורבי' כתב בפיי' המשניות שם 'אלה הפייסות לא פירשושם שום גאון מן הגאונים שהיה לפנינו' ועי' ה' תמידין ומוספין פ"ד ה"ג ובלח"מ שם ע"ד גי' רבי' בגמרא, ר"ל שמאמר הבריתא, שהמוציא שתיים מונין לו אחת, הוא אם אחת מן השתים גודל, וכבר נתברר, שכל מה שאמרנו מסכים עם מאמרי (התלמוד) כולם, ונתברר אופן הרמאות כפשיטת הגודל וכיוצא, ולא בשאר בזה פנים לספקות (בעזרתו) 'ישתבח ויתעלה'.

מלתכנן למי ממקורביו ייתן את התפקיד. מעניין הוא שגם בירושלמי מועלה חשד זה⁵¹ ולכך משיב כי הכהנים נעמדו במעגלים כפולים כך שאי אפשר היה לאמור בקלות את התוצאה. אמנם, במקורות האחרים, כולל הרמב"ם, לא צוין שהיה איסודר באופן העמדת הכהנים – שהועמדו במעגל או בשורה, אולם מן הראוי להיזכר במונח "כוליאור" בגמרא (יומא כה ע"א), כאמור לעיל [המילה מופיעה גם כ"כובליאר", "כוכלייר" ובאנגלית-cochlea, שיש בה כדי לרמוז שאופן העמדת הכהנים היה מיוחד – ולא מעגל פשוט שייתכן שהיה מאפשר ביתר קלות לאמור את מספר הכהנים המשתתפים בפיס, אלא מעין ספיראלה.

על פי הגמרא, לפי רש"י כאמור, ידעו מראש מהו המניין ומאיפה הפיס מתחיל וכן כי כל כהן נחשב כאחד (כלי קשר למספר האצבעות שהוציא), ולכן בתיאור זה ישנם פחות משתנים. ברגע שיוודעים מהיכן מתחיל הפיס, את המניין ואת מספר הכהנים, אזי ניתן לדעת היכן הפיס אמור להסתיים, בכפוף לכך שלא נפסל כהן כלשהו [בגין רמאות]. במצב זה, אי אפשר להטות את התוצאה אלא על ידי מעשה רמאות או על ידי שינוי סדר העמדת הכהנים]. בשונה מהגמרא על פי פירוש רש"י, לפי הרמב"ם הוצאת אצבע אחת נחשבת כאחד, שתיים לשניים, ובריעבד אפילו הוצאת שלוש נחשבה לשלושה (כל עוד אין ביניהן אגודל, ואם כן, סופרים אחד פחות), וכי הכהנים, ולא הממונה, הם אלה הקובעים את המניין. לפי התיאור ברמב"ם, אמנם מדובר בנתונים משתנים המקשים על חכונן מתמטי או חיזוי התוצאה, אולם, כפי שראינו, גם הרמב"ם מציין את החשש מרמאים ומבהיר את מהותו. כמו כן יש לציין כי בירושלמי קיימת גרסה נוספת, לפיה מקסימום האצבעות שאפשר למנות הוא שתיים – "הוציאו אחת מונין לו, שתיים מונין לו, שלש אין מונין לו", דהיינו לא אחת כמו הכבלי לפי רש"י, ולא שלוש כמו ברמב"ם. כפי שראינו, בגישה זו של הרמב"ם (ואף של הירושלמי) מובנית התפיסה כי הטיית תוצאות הפרס אפשרית על ידי בחירה חופשית ולגיטימית של הכהן להוציא יותר מאצבע אחת אשר תימנה אף היא, ולא דווקא באמצעות מעשה רמאות. המסקנה המתבקשת מכך היא שלפי הרמב"ם והירושלמי תכנון התוצאה והוצאת אצבע/ות לפי שיקוליו של הכהן כדי להשפיע על התוצאה, הוא לא רק לגיטימי אלא גם מקובל וחלק בלתי נפרד מהפיס.

מכך אפשר להסיק לענייננו, כי בבית-המקדש הייתה קיימת שיטת הגרלה, "הפיס", שהייתה מורכבת ומסובכת, בה עמדה קבוצת כהנים במעגל, במעין ספיראלה או באופן אחר לבחירה כאשר נתונים מסוימים על השיטה ידועים להם מראש: ידעו מאיזה כהן תחל הספירה, ידעו גם מהו המניין בו אמור הפיס להסתיים וידעו גם אם אפשר להצביע באצבע אחת, שתיים או יותר, וכמה כל דבר ייחשב. ידעו גם מה היו ההשלכות של שימוש באגודל וכיצד כל דבר עשוי להשפיע על התוצאה. אמנם, מן המקורות שהגיעו אלינו קשה לנו לדעת כיצד נערך הפיס בדיוק, על כל פרטיו, אולם ברור כי השיטה, מורכבת ככל שהייתה, על משתנית, הייתה חשופה ל"רמאים". דהיינו, שהיו כהנים שהיו מעוניינים וכנראה גם מסוגלים להטות את התוצאה משיקולים שונים.

51 ירושלמי יומא פ"ב ה"א.

כמו כן, ראינו שיייתכן שהיו גם דרכים לגיטימיות כדי להטות את התוצאה, ובתור חלק מהשיטה, לא רק שעצם התכנון לא היה פסול, אלא שהוא היה מובן מאליה ולגיטימי. והעיקר לענייננו, יוספוס חי בזמן שהפיס היה נהוג בבית המקדש הלכה למעשה ועל כן אין ספק שהוא בתור כהן ראה וכנראה אף השתתף בהגדרות אלה וידע את סודותיהן.

המיוחד בחיאור הפיס בבית המקדש הוא שמדובר בשיטת הגרלה אשר אפשרה כנראה תמרון מסוים, אולם, מעבר לכך, היה גם צורך, בשל החשש מרמאים, למנוע מעשים לא לגיטימיים להטיית התוצאה. מהקשר הדברים ומהמקורות עצמם ברור כי היה ידוע על מניפולציות שונות שנעשו, וכל זה מתייחס לשיטת הגרלה שהייתה נהוגה בזמנו של יוספוס. מכאן מתחזקת הסברה כי ל"בעיית יוספוס", לפי כינויו של באשט, יש מקורות ביהדות הקדומה ואף מסורת מתמטית עתיקה שהייתה ידועה בחוגי הכהנים לפני החורבן. לפיכך, יש תימוכין להשערה כי מסורת מתמטית עתיקה ונסיון הפיס בפועל, הם אלה שהיו יכולים לשמש ליוספוס לעזור ליד יודפת, בעת שערך הגרלה שבה ניצלו חייו.

7. הדוגמאות מימי הביניים לעומת הפיס

ראינו כיצד התייחסו לבעיות מתמטיות מסוג זה בימי הביניים, כיצד פתרו אבן-עזרא ואחרים שאלה איך אפשר להשאיר על ספינה קבוצה אחת (של ידאי שמים) ולהשליך אחרים (עובדי אלילים) מקבוצה שנייה לים, בעיה שבאשט מצא לנכון להגדיר חידה או שאלה מתמטית מסוג זה כ"בעיית יוספוס". באשט אמנם מצא כי קיים רמיון בין המקרים השונים, אולם מן הדוגמה שהביא על יסוד "מקרה יוספוס", מתבקשת השאלה: האם נראה סביר לארגן שיטת הגרלה, בה יקבע שכל אדם שלישי יומת? הרי ברור כי האנשים עצמם היו רואים את הסכנה העומדת לפתחם. שיטת הפיס, כפי שהתנהלה במקדש, לפיה קובעים מלכתחילה את המניין כמספר גדול בהרבה ממספר משתתפי ההגרלה (לפי רש"י – שישים או מאה; ולפי הרמב"ם – שמונים, מאה או אלף או כל מניין שישכימו עליו), היא שיטה הרבה יותר סבירה ומתקבלת על הדעת – ולו רק בשל העובדה שכך קשה יותר לחזות איפה יסתיים המניין. אמנם אפשר לומר שב"מקרה יוספוס" המשתתפים בהגרלה ממילא היו חפצים במותם, אולם זרף זאת ככל שנרמה שהרבר נתן בידי שמים וקשה יותר לחיזוי מראש על ידי אדם, אזי נראית ההגרלה הגונה יותר. מכל האמור, נראה כי אותם תרגילים מתמטיים מימי הביניים נוצרו לצורכי מחשבה בלבד, ואילו הפיס במקדש, כמו ההגרלה אצל יוספוס, התקיים בנסיבות אמיתיות, ומכאן ההבדל. בשונה ממקרה יוספוס, בו כנראה הוצאו להורג כל משתתפי ההגרלה למעט יוספוס ואדם אחר, הדוגמאות עם הספינה נוערו להמחיש תרגיל מתמטי וספק אם אירעו בפועל.

כמו כן, אפשר להעיר כי בשונה מן החידות המתמטיות בהן האנשים עצמם נספרו אחד ואחד ולכן יכולת התמרון שלהם מוגבלת, בפיס ספרו אצבעות ולא את הכהנים עצמם בהתאם למקובל ביהדות שאין סופרים בני-אדם. גם אם יוספוס אימץ שיטה הדומה לפיס לצורך ההגרלה שלו, יש להניח כי בשונה מן הפיס, לא היה לו לדאוג מרמאים, וכי האנשים במערה פעלו בדיוק לפי

הנחיותיו, שהרי בנסיבות המיוחדות של ההגדרה קיבלו האנשים על עצמם ממילא את המוות ורק ליוספוס היה עניין, כנראה, לתכנן לעצמו תוצאה שונה. לכן, מסקנתנו היא שלא רק את ההשראה ואת הרעיון להגדרה קיבל יוספוס מהפיס שהתנהל בבית־המקדש, אלא שככל הנראה האופן שבו נערכה הגרלה זו היה דומה לזה של הפיס שהכיר. עבור יוספוס לא היה מדובר במשחק או בשעשוע מתמטי שספק אם אירע אלא בשאלה אמיתית של חיים או מוות, ולכן גדול הסיכוי שהשתמש במה שהתנסה בו ובמה שהבין היטב, על כל סודותיו.

מסורת מתמטית בעולם היהודי הקדום

כפי שראינו, תרגילים מתמטיים ביחס להגרלות לבחירה או להוצאה של אדם מקבוצה היו נפוצים במקומות שונים ובתרבויות שונות לפני מאות בשנים. בפני יוספוס עמדו אפשרויות שונות לתכנון תוצאת ההגדרה ביודפת: שיטות הגרלה/אלימינציה הנהוגות בעם ישראל מימי קדם, שיטות כאלה הנהוגות בצבא רומי, וכן אלה שבאו לידי ביטוי בחידות בתקופה מאוחרת. הייתכן שיוספוס לא ניצל את ידיעותיו בכל אלה וסמך על הנס?

בשל הקושי להטות הגרלה בשיטת הגורלות, שכן הטיית הגרלה כזו אפשר לעשות ברמאות בוטה בלבד שאיננה תואמת את רמת תחכמו ואף עלולה להתגלות, וכן בשל העובדה כי הנסיבות ביודפת (ההחלטה כי ייהרג אחד על ידי אחר לפי סדר) התאימו לתיאורי החידות מימי הביניים וכי תכליתן של הגרלות הגורלות במקורות, מרביתן או כולן, שונה מתכליתו של יוספוס בבואו להביא למותם של קבוצה הולכת וקטנה של אנשים, אחד אחרי השני, העלינו את ההשערה כי ההגדרה בשיטת הפיס שהייתה נהוגה בסביבתו הקרובה, בבית־המקדש בירושלים, היא זו שהייתה יכולה לשמש כדגם המתאים ביותר למטרותיו. כמו כן, בשונה משיטות הגרלה אחרות, נרמז במקורות שהיו כהנים שהיו יכולים, כנראה, לחזות או לתכנן את תוצאת הפיס, תכנון אשר בשל מורכבותו דרש בוודאי ידע מתמטי ותחכום רב.

מהקשר הדברים, תפיסת העולם של יוספוס ואופן פעולתו, רבים הסיכויים שיוספוס עשה ככל שיכול כדי להציל את עצמו מבלי לסמוך על הנס, ומשתכנן את ההגדרה וקבע את כלליה, ההנחה הסבירה היא שניצל את ידיעותיו והעמיד את עצמו בין משתתפי ההגדרה כך שיישאר בחיים. באשר לידיעותיו, בין אם ידע על שיטות אלימינציה בצבא רומי שכבר לא היו נהוגות בזמנו, או הגרלות אחרות דוגמת החידות מימי הביניים, ובין אם הכיר הגרלות בשיטת הגרלות, כגון זו לבחירת השעירים שרק כהן הגדול עסק בה, ההגדרה המתאימה ביותר למטרותיו שגם הייתה נהוגה בזמנו ובירושלים ובה מעורבים היו רבים הייתה "הפיס" שהתקיים בבית־המקדש, ובתור כהן ממשפחה מיוחסת אין ספק שראה או אפילו השתתף בהגדרות אלה. **על כן, אין אלא להניח שאם יוספוס אכן תכנן את הצלתו ולא סמך על הנס ביודפת, אזי הוא נעזר, בראש ובראשונה, בסוג הגרלה שהכיר מקרוב – "הפיס".**

יש להניח שיוספוס ידע רבות על אודות הפיס וסודותיו, לרבות שיטות מתמטיות לתכנון

האם יוספוס הציל את עצמו בזכות ידיעותיו במתמטיקה?

ולחיזוי התוצאה שהיו ידועות בקרב הכהנים. אמנם, כפי שמצא באשט, היה דמיון בין חידות ותרגילים מתמטיים מימי הביניים לבין מה שכינה "בעיית-יוספוס", דהיינו ביחס לאירוע שאירע יותר מאלף שנים קודם לכן, אולם מסקנתנו היא שיוספוס לא פעל בחלל ריק אלא למד וינק ממסורת מתמטית יהודית עתיקה אשר הייתה קיימת וידועה בסביבתו הקרובה ואשר שימשה לו לעזר בעת צרה, אף אם תכניה ופרטיה לוטים בערפל ימי העבר.



הפיס בבית המקדש
באדיבות מכון המקדש

ביבליוגרפיה

- מרצבך, עלי, הגיון הגורל, משמעות הפיס והאקראיות ביהדות, ראובן מס, 2009.
- צבאן, בועז וגרבר, דוד, "ערכים מרויקים של π במקורות היהדות", המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב, אוניברסיטת בר-אילן.
- Encyclopaedia Judaica*, 1st Ed. (1972), Josephus Flavius, Vol. 10, pp. 251-265; Lots, Vol. 11, pp. 510-513; Mathematics, Vol. 11, pp. 1121-1124/6. *Encyclopaedia Judaica*, 2nd Ed. (2006), Lots, Vol. 13, pp. 217-219; Mathematics, Vol. 13, pp. 671-679.
- Jüdisches Lexicon* (Berlin 1929), Mathematik, Band III, pp. 1423-1424.
- The Jewish Encyclopedia* (1906), Josephus, Flavius, Vol. VII, pp. 274-281; Lots, Vol. VIII, pp. 187-188; Mathematics, Vol. VIII, pp. 375-378.
- The Universal Jewish Encyclopedia* (New York, 1942), Mathematics, Vol. VII, pp. 408-411.
- Ahrens, W., *Mathematische Unterhaltungen und Spiele*, Leipzig, B.G. Teubner, 1901.
- Bachel, C. G., Problem 23 in *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, 2nd ed., p. 174, 1624. [first edition 1612].

- Ball, W. W. R. and Coxeter, H. S. M., *Mathematical Recreations and Essays*, 13th ed., New York, Dover 1987, pp. 32-36.
- Ballew, P., "The Josephus Problem", <http://www.pballew.net/josephus.html>.
- Cajori, Florian, *A History of Mathematics*, London, MacMillan, 1893.
- Feldman, W.M., *Rabbinical Mathematics and Astronomy*, London, Callingold, 1931.
- Kraitchik, M., "Josephus' Problem", §3.13 in *Mathematical Recreations*. New York, W.W. Norton 1942, pp. 93-94.
- Mott-Smith, G., "Decimation Puzzles", Ch. 9, §149-154, in *Mathematical Puzzles for Beginners and Enthusiasts*, 2nd rev. ed. New York, Dover 1954, pp. 94-97 and 209-214.
- Odlyzko, A. M. and Wilf, H. S., "Functional Iteration and the Josephus Problem" , *Glasgow Math. J.* 33 (1991), pp. 235-240.
- Oring, Elliott, "On the Tradition and Mathematics of Counting-Out", *Western Folklore*, Spring 1997.
- Schumer, Peter D., "Mathematical Journeys", *Wiley-Interscience*, 2004.
- Singmaster, David, "Chronology of Recreational Mathematics", 1996 (where Cardan's *Practica Arithmeticae Generalis*, 1539, is mentioned, associating 'counting out' with the Josephus incident).
- Smith, David Eugene, *History of Mathematics*, Boston, Dover, 1923 (2 vols.), repr. 1958.
- Steinschneider, M., *Mathematik bei den Juden* (1893-1901), repr. Hildesheim, 1964.
- Weisstein, Eric W., "Josephus Problem". From *MathWorld*. A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/JosephusProblem.html>
- Williamson, G.A. (trans.), *The Jewish War* (Josephus), Harmondsworth: Penguin Books, 1959. See introduction, notes and appendix on Slavonic additions.