יהודה לוי

זמני היום בשעת טיסה

המאמר מבקש לסייע לנוסעים במטוסים לדייק בזמני תפילה וכדומה. מתברר שאי אפשר להסתמך על הסתכלות גרידא. גם קשה למצוא נוסחה כללית. אך אפשר להיעזר בכמה הצעות המפורטות בפנים. במקרה אחד, נפוץ למדי, של טיסה ממושכת לאורך קו רוחב קבוע, פותחה נוסחה פשוטה.

קביעת זמני היום בשעת טיסה היא בעיה נפוצה בין שומרי מצוות בעידן המודרני. אדם עולה למטוס במוצאי שבת בניו יורק ופניו ארצה. השעה מאוחרת והוא נרדם, כעבור שעות אחדות, כאשר הוא מתעורר, רואה את השמש כבר גבוה בשמים ועליו להזדרז להניח תפילין שלא לאחר זמן קריאת שמע. הרבה נשאלתי בעניין זה. אבל הפתרונות אינם פשוטים כלל, והריני מגיש לקורא את אשר בירותי.

מקורות הבעיה

בשביל אנשים על פני הארץ, רשימות זמני היום ההלכתיים הדרושים לנו, ב"ה די נפוצות היום. בלוחות אחדים נתונים ארבעה זמנים להנץ החמה בלבד. אבל בשעת טיסה מתעוררות שתי בעיות מיוחדות: השפעת (א) הגובה, (ב) מהירות התנועה. ונפרט בקיצור.

השפעת הגובה

נניח שראיתי את השמש שוקעת וספרתי ל"ד ימים לעומר ועליתי למטוס עתידי. המטוס עולה מהר ישר למעלה וכעבור שתי דקות הגיע לגובה של עשרה ק"מ ואני רואה את השמש יפה מעל לאופק — כעין הנץ החמה חדש! איני חושב להתפלל תפילת שחרית, אבל כן מסופק אם חזרתי לל"ג בעומר. השאלה היא: למי שנמצא גבוה מעל פני הארץ, איך נקבעים בשבילו זמני היום — האם הם נקבעים לפי שהדברים נראים לעיניו או לפי שהם נראים לאנשים שהם למטה ממנו על פני הארץ? מימרא בגמרא יש בה להבהיר את העניין: "אמר ר' יוסי, יהא חלקי ממכניסי שבת בטבריה וממוציאי שבת בצפורי" (שבת קיח ע"ב). ופירש הרב ניסים גאון:

לפי שטבריה היתה נמוכה והחמה שוקעת שם בעוד יומם, והיו יושביה מקבלים עליהם השבת משקיעת החמה אצלם, ושקיעתה לשם קודם שקיעתה במקומות הגבוהים. ומי שמקבל עליו הכנסת השבת מאותה השעה, הרי עושה סייג לעצמו והוא משובח ומעולה מן היושבים במקומות הגבוהים ובהרים. וכנגדם מוציאי שבת בציפורי, שהיא גבוהה טפי ומאחרים לשם פני המזרח להכסיף [סימן לילה — שבת לד ע"ב] ושוהים ומאדימים, והיו מקבלים עליהם שימור השבת עד שמכסיפים פני המזרח, התחתון והעליון, ולפיכך הם משובחים בזה העניין יותר מאנשי טבריה.

מדבריו אלה יוצא ברור שכניסת השבת (שקיעת החמה) וביאת הלילה (הכספת הרקיע) נמדדות לפי המקומות על פני הארץ המישוריות, ומעיקר הדין אין להתחשב במה שהגבוהים והנמוכים רואים. וכך פסק הרא"ז מלצר ('בין השמשות' של הרי"מ טוקצינסקי, עמ' קנז — אות ז). הרי"מ טוקצינסקי עצמו חלק עליו בנוגע למי שעומד בראש הר (ולפי זה קבע את הזמנים בלוח שלו — "הלוח"), אבל בנוגע לגבי מי שעולה במטוס, הודה לרב מלצר שמחשבים לפי המצב על פני הארץ למטה מהמטוס (שם, עמ' נב-נה). וראה מאמרו הממצה בנידון, עם דעות של פוסקים רבים, של ר' ידידיה מנת (קובץ 'המעין', תשרי, טבת וניסן תשל"ד).

המשמעות המעשית של הדבר היא, שאיננו רשאים לסמוך על מראה עינינו בקביעת זמני היום במטוס שטס גבוה מעל פני הארץ. דחיית שקיעת החמה, והקדמת הנצה, בדקות, בשביל צופה בגובה (h) ניתן בקירוב על ידי הנוסחה (ראה נספח, סעיף 1):

$$T_m = 4.06\sqrt{h} / (\cos B \cos D)$$

כאשר h נתון בק"מ, B הוא קו הרוחב, ו־D הדקלינציה של השמש באותו יום (לפרטים, ראה הערה נספח, סעיף 1). לדוגמה, בירושלים בזמן שוויון יום ולילה (D=0),

$T = 4.78\sqrt{h}$, כלומר, 15 דקות בגובה של 10 ק"מ.

בתור המחשה: למי שנמצא בגובה טיסה רגיל נראית השמש בעת שקיעתה בגובה של כמעט 3° מעל האופק.

קביעת הזמן ההלכתי לפי המקום

כאשר המיקום (קו רוחב וקו אורך) ידוע, ניתן לחשב זמנים הלכתיים, (בשעון הסטנדרטי של הצופה) התלויים בזווית השמש מתחת לאופק, כגון עלות השחר, תחילת זמן הנחת תפילין והנץ החמה, על ידי נוסחות ידועות.

$$T=6+(L_0-L)/15 - E-t \quad :AM$$
$$T=18+(L_0-L)/15 - E+t \quad :PM$$

כאשר

$$t=(1/15)\sin^{-1}[\tan B \tan D + \sin p/ (\cos B \cos D)\ ;$$

כאן

L_o היא קו האורך של הזמן הסטנדרטי בשעון הצופה,
E היא משוואת הזמן ו־D דקלינציית השמש, התלויות בתאריך. (תלות זו מפורטת בשרטוט.)
p היא הזווית שבה מרכז השמש עומד מתחת לאופק.
לדוגמה, בערך: $p = 0.85°,5°,8.5°,20°$

בהתאמה, בזמן שקיעת החמה, צאת הכוכבים, מוצאי שבת ע״פ שיטת הגאונים וע״פ שיטת רבנו תם.

אך בזמן טיסה קווי האורך והרוחב (L,B) משתנים לפי מסלול הטיסה ומהירות המטוס ואינם נתונים בצורה אנליטית, ולכן קשה ביותר לחשב הזמנים הללו (ראה נספח, סעיף 2). מאידך, ניתן להעריך את המצב על ידי קבלת פרטי המיקום העכשווי מצֶוֶות הטיסה.

אך במקרה אחד, נפוץ למדי, הנוסחה לובשת צורה די פשוטה, ואותה נציג כעת.

טיסה לאורך קו רוחב

להלן ניתן נוסחה המאפשרת חישוב הזמן המבוקש, כאשר הטיסה היא מזרחה או מערבה לאורך קו רוחב מסוים ובמהירות קבועה. דרוש רק אותו זמן (t_p) באותו קו רוחב לפי השעון המקומי (מטבלאות המצויות — כגון בספרי ׳זמני היום כהלכה׳ — או על ידי הנוסחאות הנתונות לעיל, כאשר L_o-L נעלם):

זמן הטיסה עד שהשמש עומדת $p°$ מתחת האופק במקום המשקיף, הוא (ראה נספח, סעיף 3):

$$T = [15\ (t_p-T_s)+L_o-L_s]\ /\ (15 + 0.009\ v/\cos B),$$

כאשר:

t_p — הזמן, לפי שעון מקומי, בו השמש עומדת $p°$ מתחת לאופק בקו רוחב הטיסה,
T_s — שעת התחלת המסלול לאורך הקו, לפי שעון הנוסע,
L_o — קו האורך של השעון הסטנדרטי שלפיו קבע הנוסע את שעונו,
L_s — קו האורך בו התחיל אותו מסלול,
v — מהירות הטיסה (ק״מ לשעה, חיובי לטיסה מזרחה),
B — קו הרוחב של המסלול.

דוגמה

להמחשת משמעותה של הנוסחה האחרונה ישמש נוסע שיוצא מנמל תעופה בניו יורק ביום 29 ביוני, בשעה 11:30 PM, כאשר שעונו מכוון לפי EST (L_o= -75°). הוא מגיע לקו רוחב 50° (B=50°), בסביבת ניו פאונדלנד (L_s=-63°), בשעה 2:00 (T_s=2). הוא מעוניין לדעת כמה זמן נותר עד סוף זמן קריאת שמע. לפי הלוח הוא מוצא את השעה לקו 50° וליום 30 ביוני, לפי השיטה המקלה ביותר (שיטת הגר״א): 8:00AM (t_p=8).
אם מהירות הטיסה היא 600 קמ״ש בממוצע, הנוסחה הנ״ל נותנת לו:

$$T= [15\,(t_p-T_s)+L_o-L_s] \;/\; (15 + 0.009\; v/\cos B),$$

$$= [15\,(8-2) - 75 + 63] \;/\; [15 + (.009)(600)/\cos 50°]= 3.33 \text{ hours.}$$

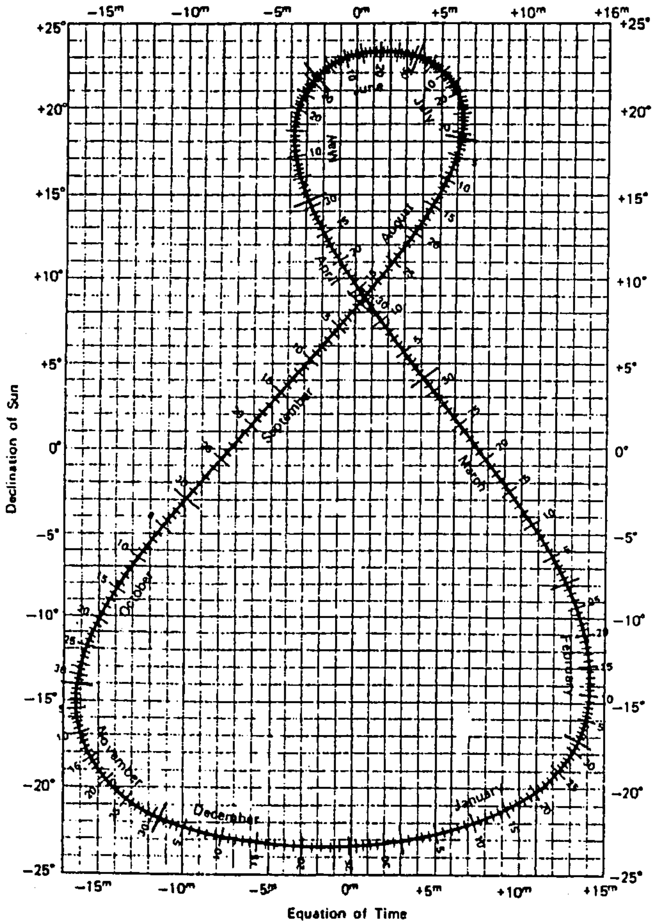
משמעות הדבר שסוף זמן קריאת שמע הוא, המאוחר ביותר, בשעה (2+3.33 =) 5:20 לפי שעוננו. עליו להזדרז!

שים לב: אם הטיסה סטתה מן המסלול והיתה ברוחב 45°, סטיה בת 5°, ההפרש בתוצאות היה מסתכם בפחות משבע דקות.

סוף דבר

לסיכום: בדרך כלל אפשר לתת הנחיות כלליות בלבד או לברר אצל צֶוֶות המטוס את המיקום הנוכחי. אי אפשר להסתמך על הופעת השמש, או היעלמותה.

כאשר הטיסה היא לאורך קו רוחב קבוע, כגון בחלק ניכר של מסלול הטיסה בין לוד לניו יורק, ניתנה כאן נוסחה פשוטה למדי.



משוואת הזמן והדקלינציה כפונקציית התאריך

נספח מתמטי

1. Effect of Elevation

From simple geometrical considerations,

$$\cos p = R/(R+h) = 1/[1 + h/R]$$
$$\approx 1\text{-}h/R,\ h<<R, \qquad (1)$$

where p is the additional solar depression at sunset (p in degrees; p* when in radians).

On the other hand, from the cosine Taylor series expansion, we may write for small angles:

$$\cos p^* \approx 1\text{-}\tfrac{1}{2}p^{*2} = 1\text{-}\tfrac{1}{2}\,(\pi/180°)^2\, p^2. \qquad (2)$$

Equating (1) to (2), we find:

$$p = (180°/\pi)\ \sqrt{(2h/R)} = 1.015°\ \sqrt{h},$$

where we substituted R=6371 km and h is in km.

With the sun traveling at 15° per hour, the time, T (in hours), required to traverse the path from zero depression angle to p, can be shown, by spherical trigonometry, to be given by:

$$\sin 15T = \sin p\ /\ (\cos B \cos D), \qquad (4)$$

where B is the latitude and D is the apparent solar declination (determined by the date; see figure).

For small angles (15T), we may approximate:

$$T \approx p\ /\ (15 \cos B \cos D) \text{ hours}. \qquad (5)$$

On substituting the value of p from (3), the additional angle due to observer altitude is found to require a time of:

$$\Delta T(h) \approx 1.015\ \sqrt{h}\ /\ (15 \cos B \cos D) = .06768\ \sqrt{h}\ /\ (\cos B \cos D) \text{ hours}$$
$$= 4.06\sqrt{h}\ /\ (\cos B \cos D) \text{ minutes} \qquad (6)$$
$$= 4.78\ \sqrt{h} \text{ min. at the equinox } (D=0) \text{ and the latitude of Jerusalem } (B = 31.8°)$$

2. Calculating a Halakhic Time

The following formula permits the calculation of a halakhic time (T, in hours) defined by a corresponding solar depression angle (p). The time the solar depression angle reaches p° is found by solving the following for T:

AM: $\cos B(T) \cos d \sin[15\,(T+E\text{-}6) + L(T)\text{-}L_\circ] + \sin B(T) \sin D + \sin p = 0$ (7a)

PM: $\cos B(T) \cos d \sin[15\,(T+E\text{-}6) + L(T)\text{-}L_\circ] - \sin B(T) \sin D - \sin p = 0$ (7b)

where T is the time (standard time of the observer's clock) when the sun reaches p° below the horizon.

B(T), L(T) = latitude and longitude of the observer, both as a function of T,

$L_\circ$ = longitude of the observer's std. time (usually a multiple of 15°),

D = apparent declination of the sun (a function of the date: $-23.45° < D < 23.45°$),

E = the equation of time, in hours (a function of the date: $-0.24 < E < 0.28$).

These equation can be solved quite readily for given values of B and L. (For instance, if the pilot gave the data to a passenger at a given time, he may then determine where he stands relative to the various times). More generally, however, solving these equations for T would be no mean task, even if B(T) and L(T) were well defined. In view of their being empirical functions, determined by the flight path and plane velocity, such solution becomes clearly impractical.

3. Flight Along Constant Latitude

Relating to a flight eastward along latitude B, at velocity v km/hour: initially the observer is at the starting longitude, L_s, and the event (sun at depression angle, p) at at longitude L_p. The observer moves eastward at the angular velocity V_f deg/hr and the event westward at the earth's rotational speed of 15°/hr.

Hence their relative speed is

$$V_r = (V_f + 15) \text{ deg/hr}, \qquad (8)$$

and the time interval required for them to meet is:

$$T = (L_p - L_s)/V_r = 15\,(t_p - t_s)/(V_f + 15), \qquad (9)$$

where $t_{p,s}$ are the local times of event and starting,

and we note that the difference between local times equals the difference in longitude (in degrees) divided by 15°/hr. By the same token, the local time differs from the standard time defined at longitude-difference:

$$t_s = T_s + (L_s - L_0)/15. \qquad (10)$$

The angular (V_f) and linear (v) flight velocities are related by the number of kilometers per degree at the flight latitude, B. Since, at the equator, 9° span 1000 km, we find:

$$V_f = .009\, v/\cos B. \qquad (11)$$

Substituting from (10) and (11) into (9), we finally obtain the required formula:

$$T = [15\,(t_p - T_s) +)\, L_\circ - L_s] \,/\, (15 + .009\, v \,/\, \cos B), \qquad (12)$$

which is the formula given in the text.