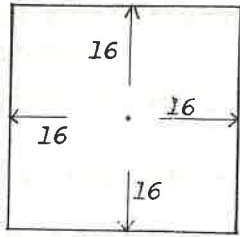


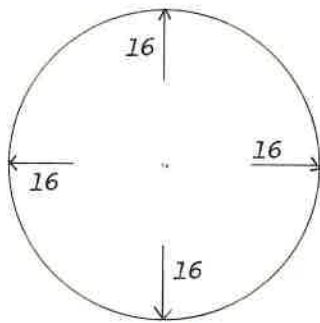
עיון חשבוני בסוגית אילנא דעולא (בבא בתרא כ"ו/כ"ז)

50 אמה על 50 אמה, היינו 2500 אמ"ר). שיטת עולא כפי שמשמע מדינו היא, שאילן יונק מסביבתו עד ל-16 אמה בכל כוון; על פי הוא אמינא של הגמרא מרחק זה נמדד בריבוע:



כך יהיה השטח הכללי שממנו יונק האילן $32^2 = 1024$ אמ"ר. ועל כך מעירה הגמרא מיד ששעור זה עומד בניגוד לשעור שטח היניקה המתקבל מן המשנה במס' שביעית⁷. שלשה אילנות מתחלקים בשווה על פני בית סאה — ופרושו של דבר שכל אילן יונק משליש השטח של 2500 אמ"ר שהם $833\frac{1}{3}$ אמ"ר בלבד, ולא 1024 אמ"ר כפי השעור המתקבל מדינו של עולא.

מסקנת הגמרא היא שעולא איננו מתכוון לומר ששטח היניקה הנו ריבועי כנ"ל אלא מעגל בעל רדיוס של 16 אמה מסביב לאילן⁸:



על מנת לחשב שטח המעגל משתמשת הגמרא בכלל, שעבור צרכים הלכתיים מסויימים יש להחשיב את היחס בין היקף המעגל לקוטרו כ- $3:1$ ⁹.

סוגיות שונות בש"ס בנויות על ידיעה בסיסית של חכמת הטבע¹. לעיתים נדמה כי במבט ראשון הכללים ההלכתיים הנמסרים לנו ע"י חז"ל אינם תואמים את מה שידוע לנו כיום בנושאים אלה, ואף לא את מה שהיה מקובל בזמן חז"ל.

דוגמה לכך הוא הקשר שבין אורך היקף מעגל לבין הרדיוס או הקוטר של אותו המעגל. יחס זה ידוע כקבוע לכל מעגל ומעגל, והנו מספר אי רציונלי², קצת יותר גדול מ-3, ונהוג לציינו ב- π (פי) וגודלו הוא 3.141.

מטרת השורות הבאות הנה, ללבן סוגיא הלכתית הקשורה ליחס הנדסי זה, ואגב אורחא להבהיר לעצמינו כלל עקרוני בגישה לסוגיות מעין אלו, אשר לגביהן נדמה לנו כי אינם מדוייקים די הצורך לאור ידיעותינו כיום³.

ישנה חשיבות בהבהרה וליבון בעיות מעין אלו לא רק בעת לימוד הנושאים המדעיים במסגרת שיעורי חכמת הטבע כגון פיסיקה, תכונה, רפואה או מתמטיקה אלא בעיקר בזמן לימוד הסוגיות במסגרת לימוד תורה הן בישיבה והן כאשר יהודי עומד בחיים היום-יומיים וקובע עתים לתורה⁴.

הגמרא במס' בבא בתרא דנה בכעית הנטיעה של אילן בסמוך למיצר (הגדר לשדה סמוך השייך לבעלים אחרים), לאור החשש שאילן זה יניק חלק ממימיו משדה חברו בגזל: "אמר עולא — אילן הסמוך למיצר בתוך 16 אמה גזלן הוא (רש"י) — שיונק משדה חברו) — ואין מביאים ממנו בכורים"⁵.⁶ בהמשך הדיון קובעת הגמרא שמקור הדין של עולא הוא במשנה במס' שביעית הדנה בהתר החרישה של שדה ערב שביעית עד חג השבועות: "...ואלא מדתנן שלש אילנות של שלשה בני אדם הרי אלו מצטרפין וחורשים כל בית סאה בשבילן"⁷ (בית סאה: שדה של

בהתאם לכך יהיה שטח הריבוע המקיף גדול ב- $\frac{1}{4}$ משטח העיגול המוקף על ידי ריבוע זה או בלשונו של הש"ס "... מכדי כמה מרובע יותר על העיגול – רבוע.¹⁰ לכן יש להקטין את שטח הריבוע בהתאם, ונקבל ששטח עיגול היניקה של האילן הנו ($1024 \times \frac{3}{4}$) אמ"ר = 768 אמ"ר.

אולם יוצא מכאן שאם תחילה שעורו של עולא לא תיאם את שעור שטח היניקה של המשנה מפני שהיה גדול מדי, הרי כעת שעורו של עולא (768 אמ"ר) הוא פחות מן השעור של המשנה – $833\frac{1}{3}$ אמ"ר. אם נשווה את רדיוס עגול היניקה של עולא – שהוא 16 אמה – עם רדיוס העיגול המתקבל מן המשנה במס' שביעית, נראה שישנו פער של $\frac{3}{4}$ אמה:

$$R = \sqrt{S/\pi} \sim \sqrt{833\frac{1}{3}/3} = \sqrt{277.7} = 16\frac{3}{4}$$

ועל הפרש זה מעירה הגמרא "אכתי פש לה פלגא דאמתא – (ועיין ברש"י בתוס', ובדקדוקי סופרים⁴⁸ המעירים כולם שהגרסה היא תרי תלתא אמתא).

ביחס להבדל קטן זה מסכמת הגמרא – "היינו דלא דק ולחומרא לא דק".

המפרשים דנים בהבטים שונים של סוגיא זו כמו צדדי הקולא והחומרא בדינו של עולא^{12, 11}; שיטות שונות בהסבר החשובני של הגמרא^{15, 14, 13} ועוד. אולם גם מלבד שאלות אלה נראית הסוגיא תמוהה. בדומה לסוגיא מקבילה במס' סוכה¹⁶, טורחת הגמרא ליישב מבחינה הנדסית אי – התאמה חשבונית הנובעת מכלל הלכתי שאף הוא איננו תואם את המציאות. כמו שם גם כאן מסכמת הגמרא את הדיון בתשובה – שלחומרא לא דק. זאת על אף שמדובר פה במציאות טבעית של יניקה אשר לא נקבעת או משתנה בהתאם לקירוב חשובני הנדסי¹⁷.

כמו שנרמז כבר לעיל דומה סוגיא זו לאחרות, שבהן נראה לנו כאילו שקיימת סתירה בין המציאות לבין כללים הלכתיים – מדעיים המובאים בגמרא^{18, 19, 20}. בנוגע

לבעיה של יחס ההיקף לקוטרו של מעגל כבר העיר הרא"ש בתשובותיו ובחדושו למס' ערוכין, לאור העובדה כי הש"ס מסמיך כלל לא מדוייק על פסוק.^{23, 22, 21}

ביחס לבעיה הספציפית של π אנו מוצאים שיטה מענינת בדברי בעל ספר החינוך בפרשת קדושים, כבואו לכאר את דיני הדיוק במידות ובמשקלות²⁴. בעל החינוך מדגיש שם את חשיבות הדיוק בחשבון והזהירות בכללים ההנדסיים המתאימים, בכל הקשור לתחום המידות שבין אדם לחברו – ובמיוחד בנושאים הקשורים למדידת קרקעות, מסחר וכדומה²⁵. במהלך דבריו נוגע בעל ספר החינוך גם בנושא שאלת הקירוב לערך מדוייק של π ושל $\sqrt{2}$ ^{26, 16}. כפי שהוא מקובל בדברי חז"ל:

"...ואל תתמה האיך כתבו (חז"ל) בלתי מכוון והם אנשי אמת אשר אלודים נצב בעדתם, כי הם לא יצטרכו אל החשבונות כי אם בחשבון תחומי שבת או בוריעת הכלאים ונטיעתם וכיוצא באלו הדברים.

– ובוזה מה שלא כוונה בו מביא אותנו לידי חומרא ואינו מזיק לשום אדם בממונו; ואעפ"כ העידו ברוב מקומות אלו שאין החשבון מדוקדק (כ"י) שם שאמרו בכל מקום ומקום כפי הראוי בו – היינו דלא דק ולחומרא לא דק – ונמצא בזה שהודיעונו מכל מקום שלא נתלה בהם מיעוט ההשגחה וידיעה מכל הדברים."

רצונו לומר שקירובים אלה בחשבון אינם אלא בדינים שבמצוות שבין אדם למקום, ואילו בעניני בין אדם לחברו יש לדייק ככל האפשר.

אולם באשר לעצם הנושא של אי ההתאמה, נראה כי גם לכך כוונה חז"ל באמרם "... כי לא דבר ריק הוא מכס²⁸ – ואם ריק – מכס²⁷."

הרשב"ץ עוסק בשאלה הזאת באחת מתשובותיו²⁹, ובהקשר לסוגיא המקבילה במס' סוכה¹⁶ הוא כותב שאם נעיין הטיב בסוגיא נראה שאין כאן בעיה כלל וכלל; "...

אבל לפי האמת אין בדבריו (של רבי יוחנן) עודף מורגש... וברוחב טפח יש מקיף יותר מג' טפחים, ובוה יתקרבו דברי ר' יוחנן אל האמת קירוב נפלא... ויבואו דברי ר' יוחנן מכוונים כדעת ההנדסים...³⁰

ואמנם דומה הוא המצב גם בסוגיא שלנו ביחס לאילנו של עולא. לאחר עיון ראשוני מצאתי בע"ה שאכן כבר העיר על כך ר' שמואל שאטין הכהן, סבו של אמו של החת"ס בספרו "כוס הישועות"^{31, 32}.

ר' שמואל הכהן שאטין היה רבה של העיר דרמשטט וראש הישיבה בקלויז (בית המדרש הקטן) בעיר פרנקפורט על נהר מיין – באמצע המאה ה-17. מהרש"ש – היה ידוע בעולם היהודי כבעל ידיעות בתכונה ובמתמטיקה^{34, 35}. מהרש"ש מגלה לנו במבוא לספרו הנ"ל בין היתר כי ספרו העיקרי, איננו "כוס הישועות", אלא ספר מסוג אחר. כתחילת המבוא הוא מספר על כמה מן הקשיים בלימוד ובהסבר הסוגיות האסטרונומיות במס' ר"ה, ומעיר שאין הפרושים המקובלים הנמצאים בידינו עונים על הצורך; וכך הוא ממשיך:

"...ועתה באתי אני הקטן כמה שחנני ה' בזאת החכמה היא חכמת התכונה ומצאתי את שאהבה נפשי בדבריהם ז"ל אשר הן מיוסדים על אדני פז ולהראות לכל העמים כי לא נעלם דבר מחכמינו ז"ל ועמדו על עיקרה ויסודה. ואגב אבאר גם כן מה שדיברו חז"ל עוד בשארי מסכתות בחכמה הזאת וגם במקומות אחרים ובודאי יהיה זה לצפירת תפארת לחכמינו ז"ל בראות כל איש אשר כל רז לא אנוס להם, וכה"ג בחכמת המספר והתשבורת ימצא המוצא קצת חידושי דברים בבא בתרא בשמעתא דאילן דעולא.

והנה כל זאת היתה תחלת מחשבה הקודמת למעשה אבל בראותי כי תכבד עלי העבודה ואין כח לסכל לעמוד תחת המשא נרתעתי לאחורי ובאנו לחלוקה שלא להוציא לאור בפעם הזה כי אם חדושי שעל סדר הישועות לכד...".

ואמנם, כמו שהוא מזכיר בהקדמה מביא המרש"ש ל"סוגייתנו פירוש שאולי לקוח מתוך הכנה לספרו הגדול שהתכוון להוציא לאור.

"...ודע, אחר שמצאתי דהחשבון שהורגל בפנינו מחז"ל כל שיש ברחבו טפח יש בהקפו ג'⁹ אינו מדוקדק אלא שיש להוסיף על ההיקף חלק השביעי ממה שיש ברחבו, והיינו אם יש ברחבו ז' יש בהקפו כ"ב, ועיין במקור חיים פ' שמות³⁶".

ומוסיף ר' שמואל שאטין:

"...ולי יש קבלה, עוד חשבון מדוקדק יותר, והיינו אם יש ברחבו קי"ב (112) יש בהיקפו שנ"ב (352), וכתבתי בפנקסי המיוחדת לי שכתבתי בתוכה כמה פרפראות לחכמת המדות ע"ש⁵¹".

כנראה ברור שיש כאן טעות העתקה, והכוונה היא לערך של שנה ו- קי"ג; (113: 335) כי הרי $352/112 = 22/7$ שהנו הערך הארכימדי של $1/7$, שבעל כוס הישועות כבר מזכירו בעצמו לפני כן, והרי טוען מהרש"ש כי הערך שאותו קיבל במסירה הינו מדויק יותר מכך^{37, 50}.

ואולם הערך של $355/112$ הנו מדויק יותר מ- $22/7$ רק במעט, בסדר גודל של 0.0013. נוח יותר לעבוד עם $22/7$, ולא בערך המדויק יותר אשר במכנהו מספר 113 שהינו גדול ולא נח לעבודה. כנראה שזוהי הסיבה שגם המהרש"ש עורך בהמשך את חשבונותיו עם ערך זה למרות שכאמור ידוע לו ערך מדויק יותר⁴⁶.

מהרש"ש עורך את חשבון הסוגיא תוך שימוש בערך של $22/7 = \pi$. הוא נעזר בחישובו בכלל ההנסדי לחישוב לשטח העיגול, כאשר מכירים את היקפו ואת הרדיוס. כלל זה המצויין בתוספות³⁸, מקורו באחד מספרי ר' אברהם בר חייא הנשיא³⁹ ואולי קבלוהו בעלי התוספות משם. ראב"ח הנשיא הראה בהוכחה יפה – אשר איננה מוזכרת בספריית המדעים הכללית בת זמנו – כי אם נתון היקפו ורדיוס של מעגל, ורוצים

לחשב את שטחו, יש להכפיל את ההיקף ברדיוס ולחלק המכפלה זו בשנים ⁴⁰.

הוכחתו ההנדסית המעניינת של ראב"ח הנשיא, בלווי הציורים המפורסמים המובאים לא רק אצל בעלי התוספות כי אם גם בדברי המהרש"א, היוותה מקור לדיונים ממושכים בספרי שנים מרבתינו האחרונים. שם נידונה השאלה האם בדרך הנדסית דומה לנוסחה עבור שטח המעגל ניתן לקבל גם נוסחה עבור שטח המשושה המשוכלל והריבוע. ^{4, 42}.

באמצעות חשבון פשוט – שלא נפרט כאן במסגרת דברינו – מראה המהרש"ש, שאם משתמשים כאמור בערך מקורב של $\pi = 22/7$ יש להוסיף על הרדיוס של עגול הניקה של האילן כפי דינו של עולא עוד כ- $1/4$ אמה, כך שהקוטר כולו יגדל בכ- $1/2$ אמה. לכך כוונה לדעתו הגמרא באומרה "אכתי פש להו פלגא אמתא" דהיינו שיש להוסיף על קוטר העגול שהוא 32 אמות עוד חצי אמה, אלא שלגבי זה נאמר שלחומרא לא דק, ולכך הזכיר עולא 16 אמה בלבד.

לפי דברי המהרש"ש יוצא איפה שהש"ס שאל את השאלה של "אכתי פש ליה פלגא אמתא" בהסתמך על חישוב מדויק יותר מהסתמכות גרידא על הכלל בש"ס ש- $3 = \pi$. מאידך גיסא כבר הראנו לעיל כי הגרסא השנייה בגמרא "אכתי פש ליה תרי תלתא

אמתא" – מקורה בשימוש דווקא בערך המקורב ש- $\pi = 3$. ⁴⁹

בהמשך דבריו מסביר המהרש"ש עוד שתי נקודות חשובות נוספות; אחת הנוגעת לדברי רש"י ⁴³ ואחת המתיחסת לדברי התוספות ⁴⁴, ולא נתיחס אליהם במסגרת דיון זה.

אולם בסוף הקטע הראשון של פרושו מוסיף בעל "כוס הישועות" הערה חשובה ביותר, המטילה אור חדש של סוגיות כגון זו שלפנינו, נקודה שאולי כבר התכוון אליה הרשב"ץ בפרושו לסוגיא בסוכה ²⁹:

"...ואפשר שחכמי הש"ס שפיר ידעו ולא גילו הדבר, וכן משמע קצת בעירובין, ממאי דפריך והאיכא הוא פורתא, תחלת פרק חלוץ ⁴⁵"

ואכן גם בסוגיות אחרות השימוש בערכים מדויקים יותר של π (וגם של $\sqrt{2}$) יביא לאימות הסוגיא גם מבחינה חשבונתית מדויקת יותר, על אף שמסיבות שונות כאמור ⁴⁷ לא רצו חז"ל לכתוב זאת בפירושו, וכל כגון דא אמרו חז"ל:

יגעתי ולא מצאתי אל תאמין –
יגעתי ומצאתי תאמין... ולדברי
תורה לא אמרן אלא לחדודי,
אבל לאקומי גירסא סייעתא מן
שמיא היא ⁴⁸.

1. על דעתו של המתמטיקאי הערבי מוחמד בן משה שחי בכבל בתקופת הגאונים ושאף הוא מזכיר עובדה זו, מתוך הל' קדוה"ח להרמב"ם נראה שהרמב"ם השתמש בעבודותיו האסטרונומיות של מוחמד בן משה.

2. אולם מן הראוי לציין כי הלכה הנמסרת לנו בש"ס אינה יכולה להשתנות על סמך חשבון, תגלית או ממצא מדעי, וראה בענין זה למשל להלן בהערה 18.

3. כבר בזמנו של המאירי הוכרו סוגיות שונות כנצרכות באור מתמטי, ונלמדו בעזרת אחד החלמידים שהיה בקי בחכמה זו. ראה מכתבו של ר' שמעון בן יוסף לרכבו המאירי; נדפס ע"י ד. קאופמן בספר היובל לצונץ. ברלין 1850, ע' 166 והלאה: "...הכל בררתי בחכמת התשבורת בדקדוק שלם על ידי אחד מחברי ומחלמידי היה בקי בתשבורת [הנדסה] ובמספר בקיאות מופלגת מעת הילדות, עד היותו קובע עמנו

1. ראה רשימה בבליאוגראפית אצל כולג ש. "הוראת נושאים הלכתיים מדעיים במסגרת בית הספר התיכון" – ספר הכינוס הבינלאומי הראשון לבעיית טכנולוגיה והלכה. ירושלים תשמ"ג. (תורה ומדע כרך "חוב" א'). כמו"כ יש רשימה חלקית של נושאים מתמטיים ואסטרונומיים בש"ס אצל פלדמן בספרו על מתמטיקה ואסטרונומיה בתלמוד, כ"ע 224–225.

2. כבר הרמב"ם בפיה"מ לערוכין פ"א מ"ה מציין עובדה זו: "...יש לך לדעת כי יחוס אלכסון העגולה אל המסבב אותה בלי ידוע ואי אפשר לדבר בו לעולם באמת. וחסרון זו ההשגה אינה מאתנו כמחשבת הכת הנקראת גה"ה, אבל הוא בטבע. זה הדבר בלתי ידוע ואין במציאותו שיושג...". משפט זה הוכח בשלמותו רך בסוף המאה הקודם ע"י לינדמן והרמב"ם מקרים בכך את המתמטיקאים המערביים. יתכן שהרמב"ם הסתמך בהביאו משפט זה

20. למשל נושא הווצרות הקשת כתופעה ניסית או טבעית; ראה בנושא זה אבן עזרא ומפרשיו לבראשית ט' י"ג, במיוחד במקור חיים שם ס' ל"ח, וכן במלאכת מחשבת עה"ת לרבי משה חפץ (ויציה ת"ע).
21. כלל ב' ס' י"ט, ושם שואל על עצם הצורך בלימוד מפסוק ברבר שאפשר לראות בעינים.
22. תוס' הרא"ש למס' ערובין לרף י"ד. כל שיש בהקפיו. בזמנו הפנה אותי למקור זה אחד מתלמידי הראשונים במחלקה להוראת המדעים — מר יוסף וילנברג, במסגרת הקורס על הוראת נושאים לתלמידים-מדעיים במסגרת כ"ס התיכון.
23. באור רחב של הבטים אחדים של שאלת ד' כ"ש"ס נמצא במאמר "דרכיה של ההלכה בפתרון בעיות הנדסיות מיוחדות" מאת מ. מונק, הנדפס ב"הדרום", ניסן תשכ"ג וכן — "סיני" חוב' ד' תמוז תשכ"ב. מהדורה מורחבת של שני המאמרים שוכפלה לפני כמה שנים בכ"ס הגבוה לטכנולוגיה; תודתנו ע"כ לבנו של המחבר מר מיכאל מונק נ"י.
24. מצוה רנ"ח — מדות ומשקולות;
25. ועיין ראב"ח הנשיא בהקדמה לחיבור המשיחה והתשבורת (ברלין, תרע"ב): "...וכתוב (ויקרא כ"ה ט"ז) לפי רוב השנים תרבה מקנתו ולפי מעוט השנים תמעט מקנתו, ואחריו כתוב לא תנו איש את עמיתו ויראת מאלודין; ואין אדם יכול לדקק בחשבון עד שלא יבוא בו לדידי הונאה, אם לא ילמד חכמת החשבון".
26. ראה בס' חושב מחשבות לר' עמנואל חי חיקי (אמסטרדם תפ"ז) במאמר מקוה טהרה פ' י"ז, שם דן המחבר בשאלה מדוע חז"ל לא חפשו פסוק שממנו למדים על שמוחר להשתמש בערך המקורב של 1.4 עבור $\sqrt{2}$, שהנו לאמיתו של דבר קצת יותר גדול (1.414...).
27. ירושלמי פאה, פ"א ה"א ועוד במקומות אחרים "... כ"י דאמר רבי מנא כי לא דבר ריק הוא מכם — ואם ריק מכם ... — למה שאין אחם יגיעין בתורה, כי הוא חייכם..."
28. דברים ל"ב מ"ז וע"ש בתורה תמימה ס"ק צ"א.
29. תשב"ץ ח"א ס' קס"ה (בצילום דפוס למברג בע' ס"א ע"ד). אולם הרשב"ץ מדגיש שם שהתשובה "ולחומרא לא דק" בסוגיא שלנו וגם לגבי הסוגיא במס' סוכה — איננה באה בשל אי דיוק הנדסי, אלא מפני השורש המונח בתלמוד (שכל שיש בהיקפו ג' פעמים יש בו רוחב טפח)... אלא שאפילו לפי עיקריהם החמירו (חכמים) שלא לדקק. כנראה שענין זה הוא מחלוקת ראשונים כי מלבד ספר החינוך גם בעל הליכות עולם מביא כפרק ב' בשער ג' וז"ל: "פעמים לא דייק תנא כמשנה בשיעורא ברבר מועט, בריש בבא בתרא במשנה (ב.) מקום שנהגו לעשות כפיסין לבנים וכו' אומר בגמרא כיון דלא הוי טפח לא חשיב, וכן בענין התלוי בחשבון לא דייק כשהיה הטעות לחומרא, בפרק קמא דסוכה, סוכה העשויה ככבשן קאמר התם לחומרא לא דק ודכותיהו טובא "עכ"ל".
- יש עוד ראשונים נוספים ההולכים בדרך זו, וכע"ה נאריך בענין זה במ"א.
- בחכמת הש"ס וכן שמועות של ר"ה על פי קצת חכמי התכונה...".
- בנוגע ללימודי החול כבר דרש הרב מנדל הירש בנו של רש"י הירש, מנהל כיה"ס היהודי החרדי בפרנקפורט, שיש ללמד גם לימודים אלה באורה של תורה, כך שכל הידע המוקנה בכ"ס יילמד ויאר באורה של ההשקפה היהודית ויהיה ממנה. ראה בספר היובל ליום ה'סוד ה'75 של כיה"ס החרדי בפר"מ, 1928, ע' 38 — 37.
5. בכורים פ"א משנה א', ב'.
6. להלכה פוסק הרמב"ם שלא כעולא כל' שגם במקרה זה, אע"פ שחייב להרחיק הרי זה מביא ממנו — שעל מנת כן הנחיל השוע את הארץ, כמסקנת הש"ס. (הל' בכורים פ"ב הל' י"א; ועיין מאירי ויד רמ"ה על אתר.) עה"ש העתידי הלי' ביכורים ס' קל"ט סעיפים ד' ויה'.
7. שביעית פ"א משנה ה' ועיין במפרשים על מרחקי הנטיעה המינימליים שבין העצים הללו.
8. המפרשים דנים בשאלה האם מקום האילן עצמו נכלל בחשבון או מתוסף אליו; עיין למשל ר"ג ושיטה מקובצת.
9. ראה ערובין פ"א מ"ה ואהלות פ"ב מ"ו: "כל שיש בהיקפו שלשה טפחים יש בו רוחב טפח".
10. נוסחת השטח של מעגל, כאשר נתון הקוטר d, היא: $S = TT \cdot d^2/4$; אולם אם $TT = 3$ אזי $S = 3d^2/4$. תוס' בד"ה כמה מרובע מפנה לערובין י"ז ע"ז, ולברייחא דמלאכת המשכן פ"ב סוף משנה ב'.
11. תוס' בד"ה לחומרא לא דק, יד רמ"ה ועוד.
12. כוס הישועות שם.
13. רבנו גרשום, רש"י ותוס' בד"ה הכי גרס, המאירי ועוד.
14. בשטה מקובצת מוכאים הסבריו של רבנו חננאל, הרשב"א, והרא"ש כתוספותיו.
15. מענין שפלדמן בספרו (1) אינו דן בסוגיא זו.
16. סוגיית סוכה העשויה ככבשן בדף ז' ח.
17. אולם יש גזירת חכמים יכולה לשנות את הטבע, עיין על כך בירושלמי סנהדרין פ"א וכן בירושלמי כתובות פ"א ה"ב ועוד. אמר רבי אבין: "אקרא לאלודים עלין לאיל גומר עלי (תהילים נ"ז ג') — בת שלש שנים ויום אחד ונמלכין ב"ד לעברו, הבתולין חזרין — ואם לאו אין הבתולין חזרין — (ע' על זה בס' משנת חכמים ס"י תקמ"ט) ועיין פני משה שם: "...שאף הטבע מסכמת עליהן ע"י גזירתו תעלה ב"ה". ועיין רש"י סנהדרין נ"ז: "קים להו לרבנן דפחות מבת שלש שנים בתוליה חזרין".
18. למשל סוגיית ח"י טריפות במס' חולין נ"ד. שו"ת הרשב"א ח"א ס' צ"ח, ודור רביעי עמ"ס חולין שם.
19. סוגיית ההורג כינה בשבת, שבת ק"ז: עיין בהקשר זה פחד יצחק, ערך צידה האסורה והמתורת בשבת, וכן בנושא דומה בערך ניקור ביו"ט.

30. ראה הסבר חשבוני לסוגיא זו, עפ"י הרשב"ץ במאמר "סוכה העשויה ככבשן", תורה ומדע כרך ז' חוב' ב' אלול תשל"ז ע' 47 – 51.
31. ראה "חוט המשולש" לר' שלמה סופר, ח"א, דראהביטש, תרס"ח, דף א' ע"א.
32. ראה שכנוביץ ז', אור ממערב, ע' 2.
33. חרושים על מס' ב"ק, ב"מ וב"ב; סנהדרין, מכות, שבועות וע"ז. פפא"מ תע"א.
34. בהקדמה לספרו "ישועה בישראל" (פפד"מ ת"פ) כותב ר' יהונתן מראזנאי "שמתי את פני לילך לקבל פני הרב הגאון המפורסם והתוכן הגדול הה' מוה"ר שמואל ראש הישיבה בקלוי"ז עיר המהוללה והמעטירה כ"ב ק"ק פרנקפורט דמיין יצ"ו, וכבואי שמה נח נפשיה דשמואל באיזה ימים ומעטים ולא זכיתי רק לקבל פניו ולהראותו מעשה ידי. מצאתי ת"ל חן בעיניו והעלתיו על שלחן מלכים ונתקיים בי במאמר המוזכר בתלמוד מעשה ר' יוחנן עם רבו שמואל ירחינא, בהיותו רך אפיק ר' יוחנן ואעיל ר' יונתן".
35. מהרשש"ק גם כתב הסכמה לספר החשבון "נפתלי אילה שלוחה" (פיורדא תנ"ט) מאת ר' נפתלי הירש בר' ישעיה מפירודא.
36. ש"ס בס"ק ל"ח
37. ערך זה של 355/113 אמנם היה ידוע כבר מזמן לסנינים, אולם נמצאה מחדש בגרמניה רק תקופה קצרה לפני מהרשש"ק (בשנת 1573 ע"י אדריאן אוטו, מטמטיקאי בן אותו דור).
38. למשל בסוכה ח. תור"ה כמה מרובע; פסחים קי"ט, תור"ה רביעית
39. בחיבור המשיחה והתשכורת (ברלין תרע"ב) ח"ד סי' צ"ט
40.
$$s = \pi r^2 = (2 \pi \cdot r) \cdot r \cdot \frac{1}{2}$$
41. ראה שו"ת חוות יאיר סי' קע"ב.
42. ס' נצח ישראל לר' ישראל מזאמוטש (פרנקפורט דאדר תק"א) בקונטרס אחרון דף נ"ז:
43. הסבר דברי רש"י החשבוניים בד"ה וכמה מרובע וכו' הסבר דברי תוס' בד"ה ה"ג ר"ח... בא"ד עוד דרך אחר...
44. מענין שגם כאן כמו במס' פסחים בדרך קי"ט תור"ה רביעית, מראים כעלי התוספות יותר מאשר דרך חשבונית אחת, וכך גם עשו רבים מן הראשונים. עיין על כך ב"המעין". ניסן תשל"ח ע' 86 – 99.
45. עירובין ע"ה. הבנת סוגיא חשבונית — לאור פירושי הראשונים דרושה אף היא ידיעה מוקדמת בהנדסה.
46. כעין זה אנו מוצאים בדברי הרשב"ץ בשו"ת ח"א סי' קס"ו לענין חישובים של מקווה הבנויה בצורת כדור: "...עם קירוב מעט שיש בו, לפי שא"א לצמצם החשבון כ"כ, שלא לערוב התלמידים בריבוי השברים..."
47. מגילה ו'.
- 48-49. בדקדוקי סופרים ס"ק ה' מעיר שאכן שתי הגרסאות מופיעות בכתבי יד שונים.
50. אולי יש טעות רפוס דומה בשו"ת חוות יאיר (רפוס למברג) כסי' קע"ב, דף ד"א: וז"ל: וכתבו הגדולים בחכמה זושאלכסון העיגול ר"ל רחבו באמצעותו לערך קו היקפו בערך קי"ב (וכאן צ"ל קי"ג) לשניה, דהיינו ג' פעמים ושביעית בקרוב $(\frac{1}{7810} - \frac{112}{355} - \frac{113}{355})$
51. הערך כבר מוזכר בס' אליהו ליש"ר מקנדיא ח"א שאלה י' וז"ל שם: "וכן בכיור של ים של שלמה לא דקדק המקרא באמרו שההקף היה ג' פעמים באלכסון, ואם ארכימידס ידע לקרב יותר באמרו שהוא כמו 7 אל 22 או לדעת אחרים 113 אל 355 איך לא ידע זה שלמה בחכמתו או בצלאל באומנתו — אלא שלא חששו לדקדוק זה למיועט תועלתו". יש"ר מקנדיא, ר' יוסף שלמה דלמדריגו הרופא, חי בין השנים 1655 – 1591 זמן קצר לאחר שהערך הזה התגלה, ראה לעיל בהערה (37).
- בעל כוס הישועות מפנה גם הוא לספר "אליהו" של יש"ר מקנדיא, אולם בענין אחר.

